Zahlungsbilanz (idealtypisch)	
Einnahmen	**Ausgaben**
Leistungsbilanz	
Exporte von Gütern und Diensten	Importe von Gütern und Diensten
Übertragungen vom Ausland	Übertragungen ins Ausland
Kapitalverkehrsbilanz	
Direktinvestitionen des Auslands	Direktinvestitionen im Ausland
Mittelfristige Kapitalimporte	Mittelfristige Kapitalexporte
kurzfristige Kapitalimporte	kurzfristige Kapitalexporte
Devisenmarktinterventionen	
Verkäufe von Devisen	Käufe von Devisen
Summe =	**Summe**

Anmerkung: Interveniert die Zentralbank am Devisenmarkt nicht oder ist zumindest der Saldo der Devisenmarktinterventionen Null, muß offenbar

$$Saldo_{Leistungsbilanz} = - Saldo_{Kapitalverkehrsbilanz}$$

gelten.

Deutschland: Zahlungsbilanz 2003
(Mrd. Euro)

	Einnahmen	**Ausgaben**	**Saldo**
Leistungsbilanz	**890**	**835**	**54**
Warenverkehr [1]	662	532	130
Dienstleistungsverkehr	209	256	-47
Nicht-Faktorleistungen	(111)	(146)	(-35)
Faktoreinkommen	(98)	(110)	(-13)
Übertragungen [2]	19	47	-28
(darin: EG-Haushalt)	(11)	(21)	(-10)
(darin: Entwicklungshilfe und Schuldenerlaß) [3]	(0)	(1)	(-1)
Kapitalverkehrsbilanz	**120**	**179**	**-60**
Direktinvestitionen	11	2	9
Wertpapiere + Derivate	91	33	58
Kreditgewährung	17	137	-120
Sonstige Kapitalanlagen [4]	0	7	-7
Nicht aufgliederbare Posten	**5**	**0**	**5**
Veränderung der Devisenreserven	**0**	**0**	**0**
Summe	**1.015**	**1.014**	**0**

1 Einschließlich "Ergänzungen zum Warenverkehr". 2 Laufende Übertragungen und Vermögensübertragungen.
3 Einschließlich "Beiträge an internationale Organisationen". 4 Einschließlich "Übriger Kapitalverkehr".

Quelle: Deutsche Bundesbank, Statisches Beiheft 3 zum *Monatsbericht Februar 2004*, und Internationaler Währungsfonds, *Balance of Payments Statistics Yearbook*, Part 2, 2000.

Deutschland: Handelsstruktur 2002
(in Prozent)

	Exporte	Importe	*Saldo (Mrd. €)*
Alle Länder	**100,0**	**100,0**	
(entspricht Mrd €)	*872,3*	*790,3*	*82,1*
Industrieländer	**76,8**	**75,3**	***75,0***
Europäische Union	54,9	54,7	*46,7*
Japan	1,5	2,9	*-9,9*
USA	11,9	9,0	*33,2*
Reformländer	**12,0**	**14,0**	***-5,5***
Mittel- und Osteuropa	9,9	10,7	*1,4*
China	1,9	2,7	*-4,3*
Entwicklungsländer	**10,7**	**10,1**	***13,4***
Afrika	1,8	1,9	*0,8*
Asien und Ozeanien	6,3	6,3	*5,4*
darunter: Schwellenländer	(3,7)	(3,6)	*(3,6)*
Lateinamerika	2,6	2,0	*7,3*
Nicht ermittelte Länder	**0,4**	**0,6**	*-0,8*

Quelle: Deutsche Bundesbank, *Zahlungsbilanz nach Regionen*, Statistische Sonderveröffentlichung 11, Juli 2003.

Reales Wachstum des BIP und der Exporte
Jahresdurchschnitte in Prozent

Periode	1961-70	1971-80	1981-90	1991-2000
Bruttoinlandsprodukt [1]				
Welt	4,8	3,6	3,1	3,7
Industriestaaten	4,7	3,1	2,8	2,6
Entwicklungsländer	4,4	5,1	4,0	5,3
Exporte [2]				
Welt	5,0	12,4	1,3	3,1
Industriestaaten	5,8	10,7	2,2	1,7
Entwicklungsländer	3,0	16,4	-0,8	6,0

Quelle: Internationaler Währungsfonds, *International Financial Statistics Yearbook*, verschiedene Jahrgänge, und eigene Berechnungen.

[1] In konstanten Preisen.

[2] Errechnet auf der Grundlage von Daten in jeweiligen US Dollars und deflationiert mit dem US-amerikanischen BIP-Deflator.

Deutschland: Direktinvestitionen [1]

(Bis 1998 in Mrd. DM, ab 1999 in Mrd. €)

	Einnahmen	**Ausgaben**	**Saldo**
1950	...	...	...
1960	...	...	0,0
1965	...	...	2,3
1970	...	...	-1,1
1975	...	...	-3,2
1980	...	...	-6,3
1985	1,5	14,6	-13,1
1990	4,8	39,2	-34,4
1995	17,2	56,0	-38,7
1996	9,9	76,4	-66,6
1997	21,2	72,5	-51,2
1998	43,3	156,3	-113,0
1999	52,6	102,0	-49,4
2000	215,2	61,4	153,8
2001	23,6	41,2	-17,6
2002	38,3	9,2	29,1
2003	11,4	2,3	9,1

1 Bis 1986 aus Daten des Internationale Währungsfonds konvertiert. Ab 1998 auf der Grundlage von Daten in Euro.

Quelle: Deutsche Bundesbank, Statistisches Beiheft zum *Monatsbericht 3*, Februar 2004, und Internationaler Währungsfonds, *Balance of Payments Yearbook 1990*, und *International Financial Yearbook 1990*.

Bestimmte Schlüsselgrößen der Zahlungsbilanz sind eng mit den Daten der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung verknüpft. Aus dem gesamtwirtschaftlichen Produktionskonto – also von der *Entstehungsseite* her – läßt sich unter Vernachlässigung des Staats die bekannte Identität

(1) $Y = C + I + X - M$

ableiten. Schreibt man *A* für die heimische „Absorption" – also *A:=C+I* – so kann man anstelle von (1) auch

(1a) $Y - A = X - M$

schreiben, was bedeutet, daß das, was das Inland vom heimischen Einkommen *Y* nicht selbst „absorbiert", gleich dem Handelsbilanzüberschuß *X-M* sein muß. Von Interesse ist auch die *Verwendungsseite* des Sozialprodukts. Schreibt man *TR* für die Nettotransfers vom Inland in's Ausland, so gilt

(2) $Y = C + S + TR$.

Gleichsetzen der rechten Seiten von (1) und (2), Kürzen und geringfügige Umstellung bringt dann sofort den fundamentalen Zusammenhang

(3) $S = I + \left[(X - M) - TR\right]$.

Etwas lax ausgedrückt besagt (3): die heimische Ersparnis *S* „finanziert" die heimischen Investitionen *I* und den Leistungsbilanzsaldo – das ist der Ausdruck in der eckigen Klammer.

Der Elastizitätenansatz

Ausgangspunkt der Überlegungen ist ein einfaches Modell des Export– und Importgütermarkts und die Definition des Handelsbilanzsaldos. Das System laute

$$\begin{array}{lrcl} (1) & X^D(p_X/w) - X^S(p_X) & = & 0 \\ (2) & M^D(p_M) - M^S(p_M/w) & = & 0 \\ (3) & p_X X^S(p_X) - p_M M^D(p_M) - B & = & 0\,. \end{array}$$

Dabei sind X und M Mengen, p_X und p_M sind die zugehörigen Preise in inländischer Währung (also z.B. DM), w ist der Wechselkurs (Einheiten inländischer Währung pro Einheit ausländischer Währung; also DM je US$ 1) und B ist der Handelsbilanzüberschuß (bzw. das Defizit, wenn negativ) in inländischer Währung.

(1) bis (3) ist ein Gleichungssystem der Form $f(z) = 0$ mit $f = (f^1, f^2, f^3)'$, $z = (z_1, z_2, z_3, z_4)$ und $0 = (0, 0, 0)'$, also ein System von 3 Gleichungen in 4 Unbekannten. Wird eine dieser 4 Variablen exogen fixiert, so sind die 3 übrigen durch das Gleichungssystem bestimmt (wir abstrahieren von Fragen der Existenz und Eindeutigkeit und nehmen – wie üblich – schlicht an, daß das System gutmütig ist).

p_X oder p_M als Exogene anzusehen, ergäbe kaum eine sinnvolle Modellierung. Bleiben w oder B:

a) w ist exogen; dann sind p_X, p_M und insbesondere B – der Handelsbilanzsaldo – endogen bestimmt. Das entspräche der Modellierung eines Systems mit *fixen* Wechselkursen.

b) B ist exogen; dann sind analog p_X, p_M und vor allem w endogen. Dies entspräche der Modellierung eines Systems mit *flexiblem* Wechselkurs. B wäre dann der Betrag (in DM) an Devisen, den die Zentralbank pro Periode aus dem Markt nimmt (oder in den Markt pumpt, falls $B < 0$). Ist $B = 0$, so spricht man von "sauberem" floating, ist $B \neq 0$, so nennt man das "dirty floating".

Wir betrachten im Folgenden den Fall a), also das System *fester* Wechselkurse.

Um den Unterschied zwischen endogenen und exogenen Variablen klar hervorzuheben – wohlgemerkt: der Modellbauer kann das entscheiden – schreiben wir für unser System statt $f(z) = 0$

$$(4) \qquad f(y, \alpha) = 0 \quad \text{mit} \quad f = (f^1, \ldots, f^n)', \quad y = (y_1, \ldots, y_n) \quad \text{und} \quad \alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m),$$

wobei y die endogenen Variablen sind und a die exogenen. Klar, daß (4) im allgemeinen nicht für beliebige "Wertepaare" y, α erfüllt sein wird. Fixieren wir α, z.B. $\alpha = \alpha^0$, so suchen wir die "Lösung" y^0, für die gerade $f(y^0, \alpha^0) = 0$ gilt. In vielen Fällen gelingt es nicht, die Lösung explizit zu errechnen (eine freundliche Ausnahme sind lineare Modelle, für die man die Lösung explizit errechnen kann; s.u.). Wir wollen also annehmen, daß eine Lösung immer existiert und nennen sie

$$(5) \qquad y^* = y^*(\alpha) \; .$$

Klar, daß die "nur im Prinzip" bekannte Lösung y^* von α – den Exogenen – abhängen muß. Setzen wir (5) in (4) ein, so wird aus dem Gleichungssystem (4) die Identität

$$(6) \qquad f(y^*(\alpha), \alpha) \equiv 0 \; ,$$

d.h. für beliebiges α gilt $f(y^*(\alpha), \alpha) = 0$. Das ist kein Wunder, denn wir haben die aus (4) gewonnene Lösung $y^*(\alpha)$ für y eingesetzt.

Wenn wir schon $y^*(\alpha)$ oft nicht explizit errechnen können, so gelingt es doch häufig, etwas über die Reaktion von y^* auf Änderungen in den Exogenen α in Erfahrung zu bringen. Zu diesem Zweck differenzieren wir (6) nach α:

$$(7) \qquad f_y \cdot y^*_\alpha + f_\alpha = 0 \; .$$

Dabei sind

$$f_y = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f^1}{\partial y_1} & \dfrac{\partial f^1}{\partial y_2} & \cdots & \dfrac{\partial f^1}{\partial y_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial f^n}{\partial y_1} & \dfrac{\partial f^n}{\partial y_2} & \cdots & \dfrac{\partial f^n}{\partial y_n} \end{bmatrix} ; \qquad y^*_\alpha = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial y^*_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \dfrac{\partial y^*_1}{\partial \alpha_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial y^*_n}{\partial \alpha_1} & \cdots & \dfrac{\partial y^*_n}{\partial \alpha_m} \end{bmatrix} ;$$

$$f_\alpha = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f^1}{\partial \alpha_1} & \dfrac{\partial f^1}{\partial \alpha_2} & \cdots & \dfrac{\partial f^1}{\partial \alpha_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial f^n}{\partial \alpha_1} & \dfrac{\partial f^n}{\partial \alpha_2} & \cdots & \dfrac{\partial f^n}{\partial \alpha_m} \end{bmatrix}$$

und 0 rechts ist die $n \times m$ Nullmatrix. Wir verwenden hier also die Schreibweise $f_y = \partial f / \partial y$ oder – detaillierter – $f_y = \{f^i_{y_i}\} = \{\partial f^i / \partial y_i\}$. (7) enthält die uns interessierende Information über die Reaktionsmatrix y^*_α noch in impliziter

Form. Multiplizieren wir aber (7) von links mit der Inversen von f_y, so erhalten wir $[f_y]^{-1} f_y y^*_\alpha + [f_y]^{-1} f_\alpha = [f_y]^{-1} \cdot 0$ und unter Berücksichtigung von $[f_y]^{-1} f_y = I$ (Einheitsmatrix) und $[f_y]^{-1} \cdot 0 = 0$ nach geringfügiger Umstellung die *fundamentale Gleichung der komparativen Statik*

$$(8) \qquad y^*_\alpha = -[f_y]^{-1} f_\alpha \ .$$

Wir brauchen also nur noch die Inverse $[f_y]^{-1}$ und die Matrix der Ableitungen f_α miteinander zu multiplizieren, ein Minus davorzusetzen, und wir haben y^*_α. Der Haken bei der Geschichte ist die Errechnung der Inversen. f_y ist eine $n \times n$–Matrix. Bei kleinem n ist alles noch ganz einfach:

$$\begin{aligned} n = 1: \quad f_y &= \begin{bmatrix} f^1_{y_1} \end{bmatrix} && \rightarrow \quad [f_y]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/f^1_{y_1} \end{bmatrix} \\ n = 2: \quad f_y &= \begin{bmatrix} f^1_{y_1} & f^1_{y_2} \\ f^2_{y_1} & f^2_{y_2} \end{bmatrix} && \rightarrow \quad [f_y]^{-1} = \frac{1}{f^1_{y_1} f^2_{y_2} - f^1_{y_2} f^2_{y_1}} \begin{bmatrix} f^2_{y_2} & -f^1_{y_2} \\ -f^2_{y_1} & f^1_{y_1} \end{bmatrix} . \end{aligned}$$

Allgemein gilt

$$[f_y]^{-1} = \frac{1}{det\ f_y} \cdot Adj(f_y)' \ ,$$

d.h. man muß die Adjungierte von f_y bilden, stürzen (= transponieren) und durch die Determinante von f_y teilen. Das ij–te Element der Adjungierten erhält man, indem man die i–te Zeile und j–te Spalte der Ursprungsmatrix streicht, die Determinante der Streichmatrix berechnet und das Ergebnis mit $(-1)^{i+j}$ multipliziert. Schon im Fall $n = 3$ ist das eine wilde Schreibarbeit, wenn die Ursprungsmatrix voll besetzt ist. Ist sie jedoch spärlich besetzt (enthält sie viele Einsen oder, besser noch, Nullen), so spart das eine Menge Arbeit.

Nun zurück zu unserem System (1)–(3). Da wir den Fall fester (fixer) Wechselkurse untersuchen wollen, identifizieren wir $f = (f^1, f^2, f^3)$ mit den linken Seiten von (1), (2) und (3), $y = (y^1, y^2, y^3)$ mit p_X, p_M und B und $\alpha = (\alpha_1)$ mit w. Demnach ist

$$f_y = \begin{bmatrix} X^D_{(p_X/w)} \dfrac{1}{w} - X^S_{p_X} & 0 & 0 \\ 0 & M^D_{p_M} - M^S_{(p_M/w)} \dfrac{1}{w} & 0 \\ X^S + p_X X^S_{p_X} & -M^D - p_M M^D_{p_M} & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{X}{p_X}(\eta_X - \epsilon_X) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{p_M}(\eta_M - \epsilon_M) & 0 \\ X(1+\epsilon_X) & -M(1+\eta_M) & -1 \end{bmatrix},$$

wobei wir im zweiten Schritt durch geeignetes Ausklammern innerhalb der einzelnen Elemente zur Elastizitätenschreibweise übergegangen sind. Nachrechnen, ob der Übergang unter Berücksichtigung der Elastizitäten

$$(9) \qquad \begin{aligned} \epsilon_X &:= X^S_{p_X} \cdot \frac{p_X}{X^S} & \qquad \epsilon_M &:= M^S_{(\frac{p_M}{w})} \cdot \frac{p_M/w}{M^S} \\ \eta_X &:= X^D_{(p_X/w)} \cdot \frac{p_X/w}{X^D} & \qquad \eta_M &:= M^D_{p_M} \cdot \frac{p_M}{M^D} \end{aligned}$$

stimmt, schadet nicht. Merke: Im Gütermarktgleichgewicht gilt $M^D = M^S =: M$ und $X^D = X^S =: X$, d.h. wir können die Kopfindizes D und S an den Mengen fallenlassen. Die Inverse zu f_y lautet

$$(10) \qquad [f_y]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{p_X}{X(\eta_X - \epsilon_X)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p_M}{M(\eta_M - \epsilon_M)} & 0 \\ \frac{p_X(1+\epsilon_X)}{\eta_X - \epsilon_X} & \frac{-p_M(1+\eta_M)}{\eta_M - \epsilon_M} & -1 \end{bmatrix}.$$

Wer das nicht glaubt, multipliziert $f_y \cdot [f_y]^{-1}$ aus und prüft, ob die Einheitsmatrix I herauskommt. Für f_α (das sind die Ableitungen von (1)–(3) nach w) erhalten wir

$$(11) \qquad f_\alpha = \begin{bmatrix} -X_{(p_X/w)} \cdot \frac{p_X}{w^2} \\ M_{(p_M/w)} \cdot \frac{p_M}{w^2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{X}{w}\eta_X \\ \frac{M}{w}\epsilon_M \\ 0 \end{bmatrix},$$

wobei im letzten Schritt wieder die Elastizitätenschreibweise (vgl. (9)) benutzt wurde. Um an unsere Reaktionsmatrix zu kommen, brauchen wir gemäß (8) nur noch das Produkt der rechten Seite von (10) mit der rechten Seite von (11) zu bilden (auszumultiplizieren) und mit einem Minuszeichen zu versehen. Da wir $y = (p_X, p_M, B)$ und $\alpha = (w)$ gesetzt hatten, ist y^*_α nichts anderes als

$$y^*_\alpha = \begin{bmatrix} \partial p^*_X/\partial w \\ \partial p^*_M/\partial w \\ \partial B^*/\partial w \end{bmatrix}.$$

Joan Robinson's zentrales Ergebnis lautet also

$$(12.1)\qquad \frac{\partial p_X^*}{\partial w} = \frac{p_X}{w}\frac{\eta_X}{\eta_X - \epsilon_X} \quad \geq 0$$

$$(12.2)\qquad \frac{\partial p_M^*}{\partial w} = -\frac{p_M}{w}\frac{\epsilon_M}{\eta_M - \epsilon_M} \quad \geq 0$$

$$(12.3)\qquad \frac{\partial B^*}{\partial w} = \frac{1}{w}\left(p_X X \frac{\eta_X(1+\epsilon_X)}{\eta_X - \epsilon_X} + p_M M \frac{\epsilon_M(1+\eta_M)}{\eta_M - \epsilon_M}\right) .$$

Die Vorzeichen von (12.1) und (12.2) gelten, wenn wir "normal" verlaufende Angebots– und Nachfragekurven voraussetzen: Das tun wir mit der Annahme $\epsilon \geq 0$ und $\eta \leq 0$.

Anmerkungen zu (12.3):

a) Die Handelsbilanz reagiert "normal" auf eine Abwertung, wenn $\partial B^*/\partial w \geq 0$ gilt, bei Abwertung ($\Delta w > 0$) der Handelsbilanz–Überschuß also wächst oder das Defizit geringer wird. Das ist genau dann der Fall, wenn der Ausdruck in der großen runden Klammer in (12.3) positiv (oder nicht–negativ) ist. Man sagt dann, daß die *Robinson–Bedingung* erfüllt ist. Da der erste Ausdruck in der großen Klammer nicht–negativ ist, folgt sofort

b) $\eta_M \leq -1$ ist hinreichend für eine "normale" Reaktion; das ist der Fall der relativ elastischen Importgüternachfrage.

c) $\epsilon_M = 0$ ist ebenfalls hinreichend für eine "normale Reaktion"; das ist der Fall eines völlig unelastischen M–Güterangebots des Auslands.

d) Ist das Inland *"klein"* in dem Sinne, daß es keinen Einfluß auf die Weltmarktpreise für Importgüter und Exportgüter hat, so sind $\epsilon_M = \infty$ und $\eta_X = -\infty$. "Normale" Reaktion der Handelsbilanz ist in diesem Fall garantiert, wenn

$$(12.3')\qquad p_X X(1+\epsilon_X) - p_M M(1+\eta_M) \geq 0$$

gilt. War die Handelsbilanz ursprünglich ausgeglichen, galt also $p_X X = p_M M$, so reduziert sich (12.3') zu der Bedingung $\epsilon_X - \eta_M \geq 0$, die unter unserer Normalitätsannahme ($\epsilon \geq 0,\ \eta \leq 0$) *immer* erfüllt ist.

e) Die *Marshall–Lerner–Bedingung*: Angenommen, sowohl das Importgüter– als auch das Exportgüterangebot seien unendlich elastisch und die Handelsbilanz sei ausgeglichen gewesen; also: $\epsilon_X = \epsilon_M = \infty$ und $p_X X = p_M M$. Gemäß (12.3) reagiert dann die Handelsbilanz normal, wenn

$$(12.3'')\qquad \eta_X + \eta_M \leq -1 \quad \text{oder} \quad |\eta_X| + |\eta_M| \geq 1$$

ist. Wieso? Wir setzen $p_X X = p_M M$ in (12.3), schreiben $\epsilon_X = K$ und $\epsilon_M = K$ und bilden den Limes für $K \to \infty$. Also

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B^*}{\partial w} &= \lim_{K\to\infty} \frac{p_X X}{w} \left(\frac{\eta_X(1+K)}{\eta_X - K} + \frac{K(1+\eta_M)}{\eta_M - K} \right) \\
&= \lim_{K\to\infty} \frac{p_X X}{w} \left(\frac{\eta_X(1/K+1)}{\eta_X/K - 1} + \frac{1+\eta_M}{\eta_M/K - 1} \right) \\
&= \frac{p_X X}{X} \Big(-\eta_X - 1 - \eta_M \Big) \ ,
\end{aligned}$$

und das ist genau dann nicht–negativ, wenn die runde Klamme eben dies ist, also (12.3") gilt.

[*ElastizitätenAnsatz.TEX*]

Das Korrespondenz–Prinzip

Ausgangsüberlegung

Vorauszusetzen, daß ein komparativ-statisches System von mehreren Märkten wie z.B. *Sidney Alexander*s einfacher Absorptionsansatz[1] für den Fall flexibler Wechselkurse

$$\begin{array}{lrcl} (1) & wM(Y,w) + B - X(1/w) & = & 0 \\ (2) & A(Y) + B - Y & = & 0 \end{array}$$

stets im Gleichgewicht ist oder nach einer Störung rasch zu einem neuen Gleichgewicht findet, verlangt Gutgläubigkeit und Phantasie. Akzeptabel erscheint diese Vorstellung eigentlich nur als Näherung: denn die Anpassung von w und Y – also den endogenen Variablen – an z.B. eine veränderte Zentralbankpolitik[2] braucht in aller Regel Zeit. Das Gleichungssystem (1)-(2) ist deshalb eher als Idealisierung eines an sich "langsamen" Systems anzusehen, das die Form

$$\begin{array}{lrcl} (3) & \dot{w} & = & k_1\,[wM(Y,w) + B - X(1/w)] \\ (4) & \dot{Y} & = & k_2\,[A(Y) + B - Y] \end{array}$$

haben könnte. Dabei sind die Ausdrücke in den eckigen Klammern die Exzeßnachfragen nach Devisen bzw. nach Sozialprodukt und die Parameter $k_1, k_2 > 0$ sind als "Geschwindigkeiten" aufzufassen, die eine positive oder negative Exzeßnachfrage in einem Markt in eine entsprechende Bewegung der jeweils zugehörigen endogenen Variablen[3] übersetzen.

Läßt man genügend Zeit verstreichen oder sind diese Geschwindigkeiten k_i sehr groß, so wird – hoffentlich – über kurz oder lang ein Ruhepunkt (w^*, Y^*) erreicht, bei dem $\dot{w} = \dot{Y} = 0$ gilt, die Bewegung also zum Stillstand kommt, weil die Exzeßnachfragen allesamt wieder Null geworden sind. Sollte sich allerdings herausstellen, daß die Dynamik das System nach einer Störung gar nicht zum neuen Gleichgewicht bringt, sondern irgendwo anders hin treibt, wäre jede komparativ-statische Analyse des ursprünglichen Systems – also der Vergleich zweier Gleichgewichtszustände, die das System gar nicht erreicht – offensichtlich komplett sinnlos.

Analysiert man also ein statisches System wie (1)–(2), so ist es eigentlich zwingend erforderlich zu verlangen, daß eine vernünftige Dynamisierung dieses Systems – z.B.

[1] Vgl. Alexander, Sidney S., "Effects of a Devaluation on a Trade Balance", *IMF Staff Papers, 6* (April 1952).

[2] In der Version für flexible Wechselkurse ist B exogen und als Devisennachfrage der Zentralbank und damit zugleich als erzwungener Handelsbilanzüberschuß zu verstehen. B kann selbstverständlich negativ sein.

[3] In simultanen Gleichungssystemen bestimmen in der Regel alle Gleichungen *simultan* alle endogenen Variablen. A priori ist es deswegen weder selbstverständlich, ob ein einzelner Markt immer nur eine einzige "zugehörige" endogene Variable treibt, noch offensichtlich, welche das ist. In unserem Beispiel ist die Modellierung allerdings mehr oder minder "naheliegend".

(3)–(4) – tatsächlich stabil ist, d.h. daß es nach ausreichender Zeit seinen Ruhepunkt, d.i. sein neues Gleichgewicht erreicht. Genau dies ist die grundlegende Idee des Korrespondenzprinzips, das *Samuelson* in seiner bahnbrechenden Dissertation von 1947[4] entwickelt hat. Die Frage lautet also: Wenn wir verlangen müssen, daß die "naheliegende" Dynamisierung (3)–(4) stabil ist, was impliziert das dann für das näherungsweise analysierte *korrespondierende* statische System (1)–(2)?

Die Stabilitätsbedingungen

Betrachten wir also etwas allgemeiner das statische Gleichungssystem (System von Exzeßnachfragefunktionen[5])

(5) $\quad f(x, \alpha) = 0$

mit der nur "im Prinzip" bekannten Lösung $x^*(\alpha)$, die – in (5) eingesetzt – dieses Geichungssystem zur Identität $f(x^*(\alpha), \alpha) \equiv 0$ werden läßt. Und betrachten wir außerdem die naheliegende Dynamisierung von (5), nämlich

(6) $\quad \dot{x} = Kf(x, \alpha)$

mit K als Diagonalmatrix, deren Diagonalelemente k_i die Geschwindigkeitsparameter sind. Ist f tatsächlich der Vektor der Überschußnachfragen, so werden diese k_i in der Regel positiv sein[6]. Oft sind sie gedanklich auf 1 gesetzt, so daß (6) die spezielle Form $\dot{x} = f(x, \alpha)$ annimmt.

Nun sind die f^i, d.h. die einzelnen "Gleichungen" oftmals nicht–linear in ihren Argumenten x und α. Deswegen betrachtet man anstelle von (6) die Stabilitätseigenschaften einer durch Linearisierung gewonnenen Approximation[7]. Mittels *Taylor*approximation gilt annähernd für irgendein x in der Umgebung von x^*[8]

(7) $\quad \dot{x} = Kf(x^*, \alpha) + Kf_x(x^*, \alpha)(x - x^*) = Kf_x(x^*, \alpha)(x - x^*),$

[4] Zum Kauf und zur Lektüre empfohlen ist die inzwischen in zigstem Nachdruck erschienene Paperback-Ausgabe Samuelson, Paul A., *Foundations of Economic Analysis*, New York: Athenaeum, 1965.

[5] Enthält das untersuchte makroökonomische Gleichungssystem neben Markträumungsbedingungen, die immer als Exzeßnachfragefunktionen interpretiert werden können, z.B. auch noch Definitionsgleichungen, so kann man letztere entweder eliminieren oder als "Exzeßnachfragefunktion" in einem "Markt" mit (unendlich) hoher Anpassungsgeschwindigkeit auffassen und im ursprünglichen Gleichungssystem belassen.

[6] Ist inhaltlich eher von einem negativen Zusammenhang zwischen f^i und $\dot{x}_i$ auszugehen, so können wir in f^i natürlich alle Vorzeichen umkehren und auf diese Weise den gewünschten positiven Zusammenhang sicherstellen.

[7] "Linearisierung" bedeutet nichts anderes, als daß man die möglicherweise gekrümmte Oberfläche der Funktionen $f^i(x, \alpha)$ über x in der Umgebung eines interessierenden Punktes (hier x^*) durch deren Tangentialebene approximiert.

[8] Wie gewohnt verwenden wir Fußindizes auch zur Kennzeichnung von Ableitungen. f_x steht also für die $n \times n$-Matrix der ersten partiellen Ableitungen mit dem typischen Element $\partial f^i / \partial x_j$.

wobei wir berücksichtigt haben, daß im Gleichgewicht natürlich $f(x^*, \alpha) = 0$ gelten muß. Da der Ruhepunkt $x^*(\alpha)$ eine Konstante ist, gilt für ihn trivialerweise $\dot{x}^* = 0$. Statt (7) können wir demnach auch $(x \dot{-} x^*) = Kf_x(x^*, \alpha)(x - x^*)$ oder, kürzer,

$$\text{(8)} \quad \dot{y} = Kf_x(x^*, \alpha)y$$

schreiben, wobei $y = x - x^*$ die "Auslenkung" vom Ruhepunkt ist.

Nun gibt es einen berühmten Satz von *Ljapunov*, der besagt, daß das nicht–lineare Differentialgleichungssystem (6) instabil ist, wenn das lineare Approximationssystem (7) bzw. (8) "prägnant" instabil ist, d.h. wenn die Matrix $Kf_x(x^*, \alpha)$ mindestens eine Wurzel λ_i mit positivem Realteil hat. Anders herum: wenn (6) stabil sein soll, darf $Kf_x(x^*, \alpha)$ keine Wurzel mit positivem Realteil haben.

Daraus folgt sofort: Da $\det Kf_x(x^*, \alpha) = \Pi_{i=1}^n \lambda_i$ gilt[9], muß diese Determinante entweder verschwinden oder das Vorzeichen $(-1)^n$ haben. Da nun $\det Kf_x(x^*, \alpha) = \det K \cdot \det f_x(x^*, \alpha)$ ist und überdies $\det K = \Pi_{i=1}^n k_i$ konstruktionsgemäß positiv ist, muß auch $\det f_x(x^*, \alpha)$ das Vorzeichen $(-1)^n$ gelten. Dies ist nun bereits eine von mehreren Stabilitätsbedingungen; allerdings eine wichtige und zugleich sehr nützliche.

Betrachten wir nun der Einfachheit halber den Fall mit lediglich zwei Gleichungen[10]

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1^1 & f_2^1 \\ f_1^2 & f_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 f_1^1 & k_1 f_2^1 \\ k_2 f_1^2 & k_2 f_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

etwas genauer. Wir versuchen als Lösung *d'Alembert*s klassischen Ansatz $y_i(t) = y_i^0 e^{\lambda t}$. Nach der Zeit t abgeleitet, impliziert er $\dot{y}_i = \lambda y_i^0 e^{\lambda t} = \lambda y_i$, und wenn wir die $\dot{y}_i$ entsprechend durch λy_i ersetzen, erhalten wir zunächst

$$\begin{pmatrix} \lambda y_1 \\ \lambda y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 f_1^1 & k_1 f_2^1 \\ k_2 f_1^2 & k_2 f_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

und nach geringfügiger Umstellung

$$\text{(9)} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 f_1^1 - \lambda & k_1 f_2^1 \\ k_2 f_1^2 & k_2 f_2^2 - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Wenn nun (9) eine nicht–triviale Lösung haben soll[11], so darf die Matrix auf der rechten Seite nicht regulär sein, d.h. es muß

$$\text{(10)} \quad \det \begin{pmatrix} k_1 f_1^1 - \lambda & k_1 f_2^1 \\ k_2 f_1^2 & k_2 f_2^2 - \lambda \end{pmatrix} = (k_1 f_1^1 - \lambda)(k_2 f_2^2 - \lambda) - k_1 k_2 f_2^1 f_1^2 = 0$$

[9] Die Determinante einer Matrix läßt sich bekanntlich als Produkt ihrer Wurzeln darstellen

[10] Wir benutzen im Folgenden die Kurzschreibweise $f_j^i = \partial f^i / \partial x_j$.

[11] Die triviale Lösung $y_1(t) = y_2(t) = 0$ erfüllt (9) offensichtlich immer, ist aber inhaltlich ohne Interesse.

gelten, was unmittelbar

$$(11)\quad \lambda^2 - (k_1 f_1^1 + k_2 f_2^2)\lambda + k_1 k_2 (f_1^1 f_2^2 - f_1^2 f_2^1) = 0$$

impliziert und uns damit eine Bestimmungsgleichung der gesuchten λ liefert. Die Lösung dieser quadratischen Gleichung lautet bekanntlich

$$(12)\quad \lambda_{1,2} = (k_1 f_1^1 + k_2 f_2^2)/2 \pm \sqrt{(k_1 f_1^1 + k_2 f_2^2)^2/4 - k_1 k_2 (f_1^1 f_2^2 - f_1^2 f_2^1)}.$$

Damit nun diese Wurzeln $\lambda_{1,2}$ keinen positiven Realteil haben, muß offenbar

$$(13)\quad k_1 f_1^1 + k_2 f_2^2 \leq 0 \qquad \text{und}$$
$$(14)\quad k_1 k_2 (f_1^1 f_2^2 - f_1^2 f_2^1) \geq 0,$$

also Spur $K f_x \leq 0$ und det $K f_x \geq 0$ gelten.

Bedingung (14) kennen wir schon: es ist die Determinanten–Bedingung. Angesichts $k_i > 0$ impliziert $k_1 k_2 (f_1^1 f_2^2 - f_2^1 f_1^2 \geq 0$ sofort $f_1^1 f_2^2 - f_2^1 f_1^2 \geq 0$. Darüber hinaus verlangt (13) $k_1 f_1^1 + k_2 f_2^2 \leq 0$, und das bedeutet, daß f_1^1 und f_2^2 nicht gleichzeitig positiv sein dürfen[12].

Die hier für den Fall $n = 2$ ausgewiesenen Stabilitätsbedingungen werden wesentlich komplexer, wenn $n = 3$ oder größer ist. Allerdings sind die Spur–Bedingung und die allgemeine Determinanten–Bedingung (die Determinante der Systemmatrix muß das Vorzeichen $(-1)^n$ haben) immer dabei. Genaueres findet man unter dem Stichwort *Routh–Hurwicz*–Bedingungen in einschlägigen Lehrbüchern[13].

Anwendung auf unser Beispiel

Wir können uns nun rasch überlegen, was das *Korrespondenzprinzip* für unser eingangs erwähntes Modellchen impliziert. Zunächst erhalten wir ganz mechanisch durch Differentiation des Gleichungssystems (1)–(2) nach den endogenen Variablen $x := (w, Y)$ die grundlegende Systemmatrix

$$\begin{aligned} f_x(x^*, \alpha) &:= \begin{pmatrix} M + wM_w + X_{1/w}/w^2 & wM_Y \\ 0 & A_Y - 1 \end{pmatrix} \\ (15) \qquad &= \begin{pmatrix} \left(wM(1+\eta_M) + X\eta_x\right)\frac{1}{w} & wM_Y \\ 0 & A_Y - 1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

[12] Vorsicht: (13) ist nicht sonderlich trennscharf. Diese Stabilitätsbedingung verlangt weder, daß jedes einzelne Diagonalelement f_i^i der Matrix $f_x(x^*, \alpha)$ nicht-positiv ist, noch daß deren Spur, also die Summe der Diagonalelemente, nicht-positiv sein muß. Sie verlangt lediglich, daß die mit den k_i gewichtete Summe der Diagonalelemente von $f_x(x^*, \alpha)$ nicht-positiv ist.

[13] Vgl. z.B. Takayama, Akira, *Mathematical Economics*, Hinsdale, Ill.: Dryden Press, 1974, oder – benutzerfreundlicher – Murata, Yasuao, *Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems*, New York etc.: Academic Press, 1977.

wobei natürlich $\eta_M = M_w w/M$ und $\eta_X = X_{1/w}(1/w)/X$ die Preiselastizitäten der Import- bzw. Exportnachfrage sind. Differentiation nach der einzigen exogenen Variablen $\alpha := (B)$ bringt andererseits

$$f_\alpha(x^*, \alpha) \quad := \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

so daß wir mit der mittlerweile bekannten grundlegenden komparativ-statischen Lösungsformel $x^*_\alpha = -f_x^{-1}(x^*, \alpha) f_\alpha(x^*, \alpha)$ für die Reaktionsmatrix

$$(16) \quad \begin{pmatrix} \partial w^*/\partial B \\ \partial Y^*/\partial B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-A_Y+wM_Y}{(A_Y-1)(wM(1+\eta_M)+X\eta_x)/w} \\ \frac{1}{1-A_Y} \end{pmatrix}$$

erhalten.

Können wir nun auf der Basis dieses Ergebnisses munter drauf los spekulieren, wie sich der Wechselkurs w^* und das Sozialprodukt Y^* entwickeln dürften, wenn die Zentralbank ihre Nachfrage nach Devisen erhöht ($\Delta B > 0$) und z.B. von einer normalen Absorptionsneigung ($A_Y < 1$), aber einer verletzten verallgemeinerten *Marshall-Lerner*-Bedingung ($wM(1 + \eta_M) + X\eta_x > 0$)[14] auszugehen ist?

(16) sagt für diesen Fall eine Aufwertung ($\Delta w^* = \Delta B\ \partial w^*/\partial B < 0$) und eine Vergrößerung des Sozialprodukts ($\Delta Y^* = \Delta B\ \partial Y^*/\partial B < 0$) voraus – aber diese Schlußfolgerung ist nach der Logik des *Korrespondenzprinzip*s falsch: da die Annahmenkombination $A_Y - 1 < 0$ und $wM(1 + \eta_M) + X\eta_x > 0$ die Determinanten-Bedingung (14) verletzt[15], müssen wir davon ausgehen, daß das System gar nicht zum neuen Gleichgewicht (w^*, Y^*) strebt. Dessen relative Lage ist deshalb irrelevant und gibt uns jedenfalls keine Auskunft darüber, was in diesem Fall wirklich passieren würde.

Man überzeugt sich leicht, daß von den vier denkbaren Konstellationen

$$\begin{array}{lll} a) & wM(1+\eta_M)+X\eta_x > 0, & A_Y - 1 > 0, \\ b) & wM(1+\eta_M)+X\eta_x > 0, & A_Y - 1 < 0, \\ c) & wM(1+\eta_M)+X\eta_x < 0, & A_Y - 1 > 0 \quad \text{und} \\ d) & wM(1+\eta_M)+X\eta_x < 0, & A_Y - 1 < 0 \end{array}$$

nur die letzte keine der beiden Stabilitätsbedingungen (13)-(14) verletzt.

Gehen wir also von dieser einzigen, für eine komparativ-statische Analyse des Systems (1)–(2) zulässigen Annahmenkombination d) aus, so können wir auf das Ergebnis $\partial w^*/\partial B > 0$ und $\partial Y^*/\partial B > 0$ vertrauen. Kurz, bei flexiblen Wechselkursen

[14] "Verallgemeinert" deswegen, weil wir hier nicht von einem ausgeglichenen Handelsbilanzsaldo ($wM = X$) ausgehen können, sondern die kritischen Nachfrageelastizitäten jeweils mit der Höhe der Importkosten bzw. Exporterlöse zu gewichten sind.

[15] Ein Blick auf (15) zeigt, daß in diesem Fall det $f_x(x^*, \alpha) = (wM(1+\eta_M)+X\eta_x)(A_Y-1)/w < 0$ gelten würde, während (14) eine *nicht*-negative Determinante verlangt.

sagt *Alexander*s Absorptionsansatz eine Abwertung und eine Erhöhung des Sozialprodukts voraus, wenn die Zentralbank mehr Devisen aus dem Markt herausnimmt (oder weniger auf den Markt wirft) als bisher.

Quintessenz

Eines sollte dieser kleine Ausflug klar gemacht haben: *ad hoc*-Annahmen über die Größe bestimmter Parameter (Ableitungen, Elastizitäten usw.) sind bei der komparativ-statischen Analyse makro-ökonomischer Modelle[16] gefährlich: sie können bedeuten, daß das zugrundeliegende System eigentlich instabil ist. Man tut deswegen gut daran, routinemäßig die Vereinbarkeit der Annahmen mit den Stabilitätsbedingungen des *Korrespondenzprinzip*s zu überprüfen.

Das kann natürlich nicht heißen, daß "nicht sein kann, was nicht sein darf", daß also in der Wirklichkeit nur stabile Systeme vorkommen. Was also tun, wenn die Stabilitätsbedingungen – wie etwa in den oben aufgeführten Fällen a)–c) – verletzt sind? Dann verbietet sich eine komparativ-statische Analyse und es hilft nur eine naturgemäß aufwendigere, explizite Analyse des (sorgfältig zu spezifizierenden) zugrundeliegenden dynamischen Systems. Die allein gibt dann Auskunft darüber, wohin das System in diesen Fällen wirklich marschiert.

[*V-KorrPrinzip.TEX*]

[16] Ähnliches gilt übrigens auch für die Analyse mikroökonomischer Modelle. Dort besteht die Gefahr, daß die *ad hoc*-Annahmen zu einem Widerspruch mit den Bedingungen zweiter Ordnung führen.

Das Mundell-Fleming-Modell

Das Mundell-Fleming-Modell ist ein *Keynes*ianisches Modell einer kleinen offenen Volkswirtschaft[1]. In der Literatur existieren zahllose Varianten[2]. Kennzeichnend sind

- die eher kurzfristige Sichtweise,
- die Beschränkung auf drei Märkte (Gütermarkt, Geldmarkt und Zahlungsbilanz bzw. in der Version für *flexible* Wechselkurse: Devisenmarkt) und
- die rudimentäre Berücksichtigung des Kapitalverkehrs.

Mundell und *Fleming*s Ansatz eignet sich als Modell für ein System sowohl fester als auch flexibler Wechselkurse. Seine Mechanik ist besonders einfach und damit durchsichtig. Das erklärt zumindest teilweise, warum es trotz seiner Schwächen auch heute noch ein wichtiger Referenzpunkt der Wechselkurstheorie ist.

Nach einer knappen Beschreibung der grundlegenden Bausteine des Modells werden wir zunächst die Version für ein System fester Wechselkurse analysieren und anschließend noch kurz auf die Aussagen der Version für flexible Wechselkurse eingehen.

1. Die Modellbausteine

Im *Gütermarkt* mögen zwei (unvollkommene) Substitute existieren, nämlich das inländische Gut mit dem Preis p^i (in heimischer Währung) und das ausländische Gut mit dem Preis p^a (in ausländischer Währung). Aus Gründen der Einfachheit wird angenommen, daß diese beiden Güter unendlich elastisch angeboten werden. Das erlaubt, die beiden Güterpreise p^i und p^a auf 1 zu normieren, so daß der Wechselkurs w dann zugleich der Preis des Importguts in *heimischer* Währung ($w = wp^a$) als auch der *relative* Preis des Auslandsguts ($w = wp^a/p^i$) ist.

Die gesamte Nachfrage nach dem inländischen Gut setze sich zusammen aus H, der Nachfrage der privaten Inländer (d.s. Konsumenten und Investoren) nach heimischem Sozialprodukt[3], aus G, der Nachfrage des Staates nach heimischem Output,

[1] Das sog. Mundell-Fleming-Modell ist eine Synthese der beiden Arbeiten Fleming, J. Marcus, "Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates", *IMF Staff Papers, 9* (November 1962) und Mundell, Robert A., "Capital Mobility and Stabilization Policy Under Fixed and Flexible Exchange Rates", *Canadian Journal of Economics and Political Science, 29* (May 1963). Eine sehr ausführliche Darstellung findet sich in Jarchow, Hans-Joachim, Peter Rühmann, *Monetäre Außenwirtschaft, I. Monetäre Außenwirtschaftstheorie*, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1982 ([4]1994). Sehr viel knapper, aber übersichtlicher und ausreichend ist Gärtner, Manfred, *Makroökonomik flexibler und fester Wechselkurse*, Berlin etc.: Springer, 1990 ([2]1997).

[2] Sehr originell z.B. Fitoussi, Jean-Paul, and Edmund S. Phelps, *The Slump in Europe. Reconstructing Open Economy Theory*, Oxford: Basil Blackwell, 1988.

[3] Es ist wichtig, sich ganz klar zu machen, daß H *nicht* der gesamten privaten Absorption entspricht. H umfaßt nur den Teil des Konsums und der Investitionen, der durch inländische Produktion befriedigt wird. Genauso ist G nicht der gesamte Staatskonsum, sondern nur der Staatsverbrauch an heimischer Produktion.

und aus X, der Auslandsnachfrage. Bezeichnen Y das Angebot an heimischem Output und r den inländischen Zinssatz, so verlangt Gleichgewicht auf dem Gütermarkt

$$(1) \quad H(Y,r,w) + G + X(w) - Y \;=\; 0.$$

Wir werden davon ausgehen, daß für die Ableitungen der Nachfragefunktionen die "natürlichen" Vorzeichen $H_Y, H_w, X_w > 0$ und $H_r < 0$ gelten[4].

Der *Geldmarkt* ist ähnlich einfach modelliert. Bezeichnet – ganz *Keynes*ianisch – $L(Y,r)$ die reale Nachfrage nach Geld, so ist L angesichts der Normierung der Preise auf 1 zugleich auch die nominelle Geldnachfrage. Das Geldangebot L^S sieht dagegen etwas unförmig aus. Es soll gelten $L^S = a + (1-s)Z$, wobei a für die autonome Komponente des Geldangebots steht und Z den Liquiditätszu- oder abfluß bezeichnet, der durch einen von Null verschiedenen Zahlungsbilanzsaldo zustande käme – sofern ihn die Zentralbank nicht im Umfang von s durch ein kompensierendes Inlandsgeschäft neutralisiert. Geräumter Geldmarkt bedeutet dementsprechend

$$(2) \quad L(Y,r) - \Big(a + (1-s)Z\Big) \;=\; 0.$$

Selbstverständlich setzen wir $L_Y > 0$ und $L_r < 0$ voraus, und darüber hinaus nehmen wir an, daß die Zentralbank nicht mehr als Hundert Prozent der über die Zahlungsbilanz laufenden Liquiditätsänderung neutralisiert, daß also $0 < s \leq 1$ gilt.

Die *Zahlungsbilanz* besteht hier – unter Vernachlässigung von Zinszahlungen in beiden Richtungen, die in der Dienstleistungsbilanz erscheinen müßten – aus der Summe von Handels- und Kapitalverkehrsbilanz. Bezeichnet $M(Y,r,w)$ die reale Importnachfrage der Inländer, so beläuft sich der Handelsbilanzsaldo natürlich auf $B := X(w) - wM(Y,r,w)$[5]. Und damit sind wir auch schon bei der Modellierung des Kapitalverkehrsbilanzsaldos K, dem Glanzstück und Kern des Mundell-Fleming-Modells. In den frühen Versionen umfaßte die Argumentenliste dieses Überschusses der Kapitalimporte über die Kapitalexporte eine ganze Reihe von Variablen wie inländisches und ausländisches Zinsniveau (r bzw. r^a) oder inländisches und ausländisches Einkommen (Y bzw. Y^a). Da wir jedoch das Inland als "kleines" Land ansehen, können wir r^a und Y^a als Konstante identifizieren und sofort aus der Argumentenliste streichen. Dasselbe tun wir mit Y, dem heimischen Einkommen, weil wir (*i*) die Begründung, Y sei auch ein Indikator für das Investitionsklima im Inland, für nicht sonderlich überzeugend halten, und weil (*ii*) typischerweise in den Versionen, wo Y in der Argumentenliste verbleibt, auf die Annahme zurückgegriffen werden muß, daß der Einkommenseffekt K_Y zu schwach ist, um den über die Importnachfrage laufenden Einkommenseffekt (wM_Y) zu überspielen. Damit verbleibt lediglich r in der Argumentenliste, also $K = K(r)$ mit $K_r > 0$.

So revolutionär die Berücksichtigung von über die Kapitalverkehrsbilanz laufenden Zinseffekten seinerzeit auch war, diese schlichte Modellierung wird seit Mitte der

[4]Überlegen Sie, aus welchem Grund $H_w > 0$ und $X_w > 0$ angenommen wird.

[5]Wir erinnern uns, daß dank der Normierung der Preise der Wechselkurs w zugleich der Preis des Importgutes in *heimischer* Währung ist.

Siebziger Jahre doch als wenig zufriedenstellend angesehen. Die implizite Annahme, daß das Zinsdifferential[6] $r - r^a$ die Nettokapitalimporte steuert, ist aus zweierlei Gründen problematisch. Erstens ist davon auszugehen, daß sich die potentiellen Investoren eher an einem um (erwartete) Wechselkursänderungen bereinigten Zinsdifferential orientieren[7], und zweitens bleibt dieser Ansatz die Antwort auf die Frage schuldig, wann die Anleger ein Portefeuille-Gleichgewicht erreichen. Anders ausgedrückt: Galt bei irgend einem Zinssatz r_0 ursprünglich $K(r_0) = 0$ und steigt der Zinssatz anschließend auf $r_1 > r_0$, so muß ab dann angesichts $K_r > 0$ für alle Zeiten $K(r_1) > 0$ gelten. D.h. die Inländer könnten sich über alle Grenzen hinweg im Ausland verschulden, ohne auch nur einen Pfennig dafür bezahlen zu müssen. An dieser Stelle wird besonders deutlich, daß das Mundell-Fleming-Modell eine sehr kurzfristige Sichtweise repräsentiert[8].

Bezeichnen wir mit Z weiterhin den Zahlungsbilanzsaldo, so haben wir schließlich als dritte Gleichung[9]

$$(3) \quad X(w) + K(r) - wM(Y, r, w) - Z \;=\; 0.$$

Damit ist das Modell geschlossen. Bevor wir uns an dessen komparativ-statische Analyse für – zunächst – den Fall eines Systems fester Wechselkurse machen können, sind allerdings noch ein paar vorbereitende Schritte nötig.

2. Feste Wechselkurse

Unabhängig davon, welche Version des Modells man betrachtet, ist es sinnvoll, die Fälle nicht-perfekter und perfekter Kapitalmobilität zu unterscheiden. *Perfekte* Kapitalmobilität bedeutet, daß der inländische Kapitalmarkt vollständig in den ausländischen integriert ist: Inländer und Ausländer sehen keinen Unterschied zwischen in- und ausländischen Wertpapieren. Der inländische und der ausländische Zins müssen deshalb immer übereinstimmen. Formal wird dieser Fall modelliert, in dem man $K_r = \infty$ setzt; nicht-perfekte Kapitalmobilität wird dementsprechend durch die Annahme $0 < K_r < \infty$ beschrieben[10].

[6] Bei konstantem r^a reduziert sich das Differential auf die Variable r.

[7] In einem System fester Wechselkurse mit seltenen Paritätenanpassungen ist das noch kein großer Mangel, wohl aber in einem System flexibler Wechselkurse, wo erwartete Wechselkursänderungen dramatische Auswirkungen auf die Anlageentscheidungen haben können.

[8] *Keynes*ianisch, also kurzfristig ist das Modell natürlich auch dadurch, daß kein Kapazitätseffekt von Investitionen berücksichtigt wird.

[9] Im Kontext eines Systems fester Wechselkurse ist die folgende Gleichung natürlich eine Definitionsgleichung. Es schadet allerdings nichts, sie dennoch auch als "Markträumungsbedingung" in einem unendlich schnell reagierenden Markt anzusehen, in dem $Z^N = B + K$ die "Nachfrage" nach einem Saldo und $Z^A = Z$ das zugehörige Angebot darstellen.

[10] Den Fall $K_r = 0$ betrachten wir natürlich nicht, denn damit kehrten wir in die Zeit vor *Mundell* und *Fleming* zurück.

2.1 Das komparativ-statische System

Bevor wir uns an die komparativ-statische Analyse des Gleichungssystems (1)–(3) machen, muß noch festgelegt werden, was endogen und was exogen sein soll. In einem System fester Wechselkurse ist offenbar w exogen. Wir gehen hier nun davon aus, daß $x := (Y, r, Z)$ endogen und $\alpha := (w, G, a)$ exogen bestimmt sind[11].

Differenziert man das Gleichungssystem (1)–(3) nach den Endogenen und Exogenen, so erhält man ganz mechanisch für die Systemmatrix

$$(4) \qquad F_x = \begin{pmatrix} H_Y - 1 & H_r & 0 \\ L_Y & L_r & s-1 \\ -wM_Y & K_r - wM_r & -1 \end{pmatrix}$$

und für die Matrix der Ableitungen nach den Exogenen

$$(5) \qquad F_\alpha = \begin{pmatrix} H_w + X_w & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ B_w & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

mit der Kurzschreibweise

$$B_w := X_w - M - wM_w.$$

Die Inverse der Systemmatrix, F_x^{-1}, ist dann

$$(6) \qquad F_x^{-1} = \begin{pmatrix} (1-s)(K_r - wM_r) - L_r & H_r & (s-1)H_r \\ (1-s)wM_Y + L_Y & 1 - H_Y & (s-1)(1-H_Y) \\ A & C & (H_Y - 1)L_r - H_r L_Y \end{pmatrix} \frac{1}{D_1}$$

mit

$$\begin{aligned} A: &= L_r w M_Y + L_Y(K_r - wM_r) \\ C: &= (1 - H_Y)(K_r - wM_r) - H_r w M_Y \end{aligned}$$

und

$$(7) \qquad D_1 = (1 - H_Y)L_r + H_r L_Y + (s-1)C$$

als der Determinante der Systemmatrix.

[11]Das Ausmaß s, in dem die Zentralbank den über die Zahlungsbilanz laufenden Liquiditätszu- oder -abfluß neutralisiert, ist natürlich auch exogen; dessen komparative Statik interessiert hier aber nicht, und deswegen wurde s in dem Vektor der Exogenen kurzerhand gestrichen.

2.2 Ad hoc-Annahmen

Allein mit Hilfe der bisherigen Annahmen läßt sich das Vorzeichen der Systemdeterminante D_1 noch nicht bestimmen, weil das Vorzeichen von C unklar ist. Auf der Grundlage des *Korrespondenzprinzip*s ist allerdings für die Systemdeterminante ein negatives Vorzeichen zu erwarten, und mit der relativ unschuldigen Annahme

$$(A1) \qquad 1 - H_Y > 0,$$

wonach die Ausgabenneigung H_Y unter Hundert Prozent bleiben muß, ist dies auch sichergestellt. Damit gilt dann $C > 0$ und somit insbesondere $D_1 < 0$.

Des weiteren werden wir durchweg von

$$(A2) \qquad B_w := X_w - M - wM_w > 0$$

ausgehen, was nichts anderes bedeutet, als daß die verallgemeinerte *Marshall-Lerner*-Bedingung gelten soll, daß also eine isolierte Abwertung den Handelsbilanzsaldo B verbessert.

Wenn man schon einmal bei *ad hoc*-Annahmen ist, könnte man versucht sein, auch A zu signieren. Wir werden das nicht tun, sondern wollen lediglich anmerken, daß in der gängigen grafischen Lehrbuchdarstellung des Mundell-Fleming-Modells davon ausgegangen wird, daß die Z-Linie[12] im (r, Y)-Diagramm flacher ansteigt als die LM-Kurve. Angesichts der Steigungen dieser Ortslinien,

$$\frac{dr}{dY}\Big|_{Z=const} = \frac{wM_Y}{K_r - wM_r} \qquad \text{und} \qquad \frac{dr}{dY}\Big|_{LM} = \frac{-L_Y}{L_r},$$

erzwingt die erwähnte implizite Annahme, wie man sich leicht überzeugt, für A ein positives Vorzeichen. Ohnehin sollte klar sein, daß die Z-Kurve umso flacher verläuft und A umso eher positiv ist, je größer K_r, je größer also das Ausmaß der Kapitalmobilität ist.

2.3 Nicht-perfekte Kapitalmobilität

So gerüstet können nun nach der altgedienten Formel $x^*_\alpha = -F_x^{-1} F_\alpha$ die gesamten komparativ-statischen Reaktionen ausgerechnet werden. Spaltenweise erhält man folgende Ergebnisse:

[12] Gemeint ist damit die Ortslinie aller (r, Y)-Kombinationen, die einen konstanten Zahlungsbilanzsaldo Z (meist Null) garantiert.

a. Wirkung einer Abwertung

$$\begin{aligned}
\partial Y/\partial w &= \Big((1-s)[(wM_r - K_r)(H_w + X_w) + H_r B_w] + L_r(H_w + X_w)\Big)/D_1 \\
\partial r/\partial w &= \Big((1-s)[(1-H_Y)B_w - wM_Y(H_w + X_w)] - L_Y(H_w + X_w)\Big)/D_1 \\
\partial Z/\partial w &= \Big(-A(H_w + X_w) + [(1-H_Y)L_r + H_r L_Y]B_w\Big)/D_1.
\end{aligned}$$

Dank der Annahmen (A1) und (A2) gilt also

$$\partial Y/\partial w > 0, \qquad \partial r/\partial w =? \qquad \text{und} \qquad \partial Z/\partial w =?$$

Das ist wenig genug. Eindeutig ist nur, daß die Abwertung das Einkommen erhöht. Was das Zinsniveau macht, bleibt unklar. Der Grund ist darin zu sehen, daß das steigende Einkommen zwar die Geldnachfrage steigert und damit eine Zinssteigerungstendenz auslöst; aufgrund der Abwertung und der damit verbundenen Aktivierungstendenz der Handelsbilanz könnte aber genügend Liquidität in's Land strömen, um diese Zinssteigerungstendenz zu konterkarieren.

Betreibt die Zentralbank allerdings eine hundertprozentige Sterilisierungspolitik ($s = 1$), gilt eindeutig $\partial r/\partial w > 0$, d.h. die Zinsen werden steigen. Die Wirkung der Abwertung auf den Zahlungsbilanzsaldo Z bleiben aber auch in diesem Fall ungewiß, weil das steigende Einkommen und der steigende Zins gegenläufige Wirkungen auf Handels- und Kapitalverkehrsbilanz haben.

b. Wirkung einer Steigerung der Staatsausgaben

$$\begin{aligned}
\partial Y/\partial G &= \Big((1-s)(wM_r - K_r) + L_r\Big)/D_1 &&> 0 \\
\partial r/\partial G &= \Big((s-1)wM_Y - L_Y\Big)/D_1 &&> 0 \\
\partial Z/\partial G &= -A/D_1 &&= ?
\end{aligned}$$

Im Unterschied zum Abwertungsfall ist nun auch der Zinseffekt der Staatsausgabensteigerung klar positiv. Die Ausgabenexpansion bewirkt primär eine Einkommenssteigerung. Diese erhöht zum einen die Geldnachfrage und zum anderen die Importe, verschlechtert also die Handelsbilanz und senkt damit tendenziell das Geldangebot. Beide Sekundäreffekte wirken zinssteigernd. Die steigenden Zinsen wiederum verbessern die Kapitalverkehrsbilanz. Ob letzteres allerdings ausreicht, die Passivierung der Handelsbilanz überzukompensieren, bleibt im Allgemeinen offen. Ist die Kapitalmobilität (gekennzeichnet durch K_r) allerdings groß genug, um A positiv zu machen, so aktiviert die Zinssteigerung den Kapitalverkehrsbilanzsaldo genügend, um den Zahlungsbilanzsaldo Z insgesamt zu verbessern.

c. Wirkung einer expansiven Geldpolitik

$$\begin{array}{lcl} \partial Y/\partial a &=& H_r/D_1 &>& 0 \\ \partial r/\partial a &=& (1-H_Y)/D_1 &<& 0 \\ \partial Z/\partial a &=& C/D_1 &<& 0. \end{array}$$

Eine autonome Erhöhung der Geldmenge senkt primär das Zinsniveau. Als Folge davon steigt das Einkommen, und beide Effekte zusammen passivieren die Zahlungsbilanz in beiden Teilbilanzen. Über die Zahlungsbilanz fließt also ein Teil der Geldmengenerhöhung ab[13] – genau dies entspricht übrigens der klassischen Währungsfonds-Doktrin eines sogenannten *balance of payments leak* einer Geldmengenerhöhung unter jedem Wechselkurs- und Devisenbewirtschaftsungssystem.

2.4 Perfekte Kapitalmobilität ($K_r = \infty$)

Die Annahme perfekter Kapitalmobilität "vereinfacht" die Analyse radikal, weil die Inverse der Systemmatrix weitgehend kollabiert:[14]

$$(8) \qquad \lim_{K_r \to \infty} F_x^{-1} = \begin{pmatrix} 1/(H_Y - 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ L_Y/\big((s-1)(1-H_Y)\big) & 1/(s-1) & 0 \end{pmatrix}.$$

Im Folgenden wird nun vorausgesetzt, daß die Zentralbank keine hundertprozentige Neutralisierungspolitik betreibt, also $s < 1$ gilt. Die gängige Ausrechnung bringt dann

$$\begin{array}{lll} \partial Y/\partial w = \frac{H_w + X_w}{1-H_Y} > 0 & \partial Y/\partial G = \frac{1}{1-H_Y} > 0 & \partial Y/\partial a = 0 \\ \partial r/\partial w = 0 & \partial r/\partial G = 0 & \partial r/\partial a = 0 \\ \partial Z/\partial w = \frac{L_Y(H_w+X_w)}{(1-s)(1-H_Y)} > 0 & \partial Z/\partial G = \frac{L_Y}{(1-s)(1-H_Y)} > 0 & \partial Z/\partial a = \frac{1}{s-1} < 0 \end{array}$$

Perfekte Kapitalmobilität erschlägt also alle Unklarheiten. Das ist allerdings kein Wunder, denn das Zinsniveau kann sich nicht ändern – r muß immer gleich dem ausländischen Zinssatz r^a bleiben. Jedes *crowding out* ist damit ausgeschlossen, d.h. es gibt keine über Zinsänderungen laufenden Beschäftigungseffekte. Eine bemerkenswerte Folge dieser Fesselung des Zinssatzes ist die Wirkungslosigkeit der Geldpolitik: jede Änderung des Geldangebots bleibt ohne Wirkung auf das Zinsniveau und verpufft über die Zahlungsbilanz.

[13] Es ließe sich zeigen, daß auch bei nicht vollständiger Neutralisierung ($s < 1$) das Geldangebot netto noch steigt, d.h. daß $\partial L^S/\partial a = 1 + (1-s)\partial Z/\partial a > 0$ gilt.

[14] Vorsicht: Die "unendlich" große Ableitung K_r taucht in der Systemmatrix (4) und in deren Determinante (7) auf. Um die Inverse zu ermitteln, muß demnach überall der Limes $K_r \to \infty$ gebildet werden.

Anders ausgedrückt: im System fester Wechselkurse verliert die Zentralbank bei perfekter Kapitalmobilität ihre Kontrolle über die Geldmenge. Haargenau das, was sie durch Steigerung der autonomen Komponente a an zusätzlicher Liquidität in die Wirtschaft pumpt, verschwindet via Verkauf von Devisen im Zahlungsbilanz-"Loch". Unabhängig von den Sterilisierungsbemühungen der Zentralbank[15] gilt nämlich

$$(9) \quad dL^S = da + (1-s)\frac{\partial Z}{\partial a}da = da - da = 0.$$

3. Flexible Wechselkurse

Statt (1)–(3) gehen wir jetzt von dem Gleichungssystem

$$\begin{array}{lrcl} (10) & H(Y,r,w) + G + X(w) - Y & = & 0 \\ (11) & L(Y,r) - (a + (1-s)Z) & = & 0 \\ (12) & wM(Y,r,w) + Z - X(w) - K(r) & = & 0 \end{array}$$

aus, das sich lediglich durch eine Vorzeichenumkehr in der dritten Gleichung unterscheidet[16].

Im Unterschied zur bisherigen Lesart des Modells sind hier nun $x := (Y, r, w)$ als endogene Variablen und $\alpha := (Z, G, a)$ sowie natürlich auch wieder s als exogene Variablen aufzufassen. Die Exogene Z übernimmt jetzt die Rolle des "*dirty floating*": greift die Zentralbank im Devisenmarkt – das ist Gleichung (11) – nicht ein, so gilt naturgemäß $Z = 0$; tritt sie dagegen als Devisenkäufer (oder Verkäufer) auf, so gilt $Z > 0$ (bzw. $Z < 0$). Anders ausgedrückt: mit ihrer Intervention (oder Nicht-Intervention) im Devisenmarkt in Höhe von Z erzwingt die Zentralbank einen Zahlungsbilanzsaldo in eben dieser Höhe. Wie schon im Modell für feste Wechselkurse wird auch hier wieder angenommen, daß die Zentralbank wiederum einen Bruchteil $0 < s < 1$ der dadurch verursachten Geldmengenvermehrung (bzw. Vernichtung) durch ein kompensierendes Inlandsgeschäft neutralisiert.

Anstelle von (4) und (5) erhält man nun für die Systemmatrix und die Matrix der Ableitungen nach den Exogenen

$$(13) \quad F_x = \begin{pmatrix} H_Y - 1 & H_r & H_w + X_w \\ L_Y & L_r & 0 \\ wM_Y & wM_r - K_r & -B_w \end{pmatrix}$$

bzw.

$$(14) \quad F_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ s-1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

[15] In dieser Situation hundertprozentige Sterilisierung vorauszusetzen, ist nicht sonderlich sinnvoll. $\partial z/\partial a$ würde dann gegen $-\infty$ gehen.

[16] Freunde des *Korrespondenzprinzip*s werden ahnen, wieso das sinnvoll ist.

Die Inverse der Systemmatrix, F_x^{-1}, ist dann

$$(15)\quad \begin{pmatrix} -L_r B_w & H_r B_w + (wM_r - K_r)(H_w + X_w) & -L_r(H_w + X_w) \\ L_Y B_w & (1 - H_Y)B_w - wM_Y(H_w + X_w) & L_Y(H_w + X_w) \\ -A & -C & (H_Y - 1)L_r - H_r L_Y \end{pmatrix} / D_2$$

mit

$$(16)\quad D_2 = \Big((1 - H_Y)L_r + H_r L_Y\Big)B_w - A(H_w + X_w)$$

als der Determinante von (12).

Wie immer man sich anstrengen mag, mit den bisherigen Annahmen (A1) und (A2), die auch weiterhin gelten mögen, ist diese Systemdeterminante (16) noch nicht zu signieren[17]. Hier hilft aber nun wieder das *Korrespondenzprinzip* weiter: da die linken Seiten des Gleichungssystems (10)–(12) als Exzeßnachfragen nach Gütern, Geld und Devisen aufgefaßt werden können, sollte man für die Determinante der Systemmatrix ein negatives Vorzeichen erwarten. Genau das wird jetzt angenommen:[18]

$$(A3) \qquad D_2 < 0\ .$$

Wir können nun endlich zur komparativ-statischen Analyse übergehen. Genau wie vorher untersuchen wir auch hier wieder zuerst den Fall nicht-perfekter Kapitalmobilität.

3.1 Nicht-perfekte Kapitalmobilität

a. Wirkung einer Intervention am Devisenmarkt

$$\begin{aligned} \partial Y/\partial Z &= \Big((1-s)[H_r B_w + (wM_r - K_r)(H_w + X_w)] + L_r(H_w + X_w)\Big)/D_2 \\ \partial r/\partial Z &= \Big((1-s)[(1 - H_Y)B_w - wM_Y(H_w + X_w)] - L_Y(H_w + X_w)\Big)/D_2 \\ \partial w/\partial Z &= \Big((s-1)C + (1 - H_Y)L_r + H_r L_Y\Big)/D_2 \end{aligned}$$

Dank der Annahmen (A1) bis (A3) gilt also

$$\partial Y/\partial Z > 0, \qquad \partial r/\partial Z = ? \qquad \text{und} \qquad \partial w/\partial Z > 0.$$

[17] Die Unklarheit hängt damit zusammen, daß die Summanden in $A = L_r w M_Y + L_Y(K_r - wM_r)$ entgegengesetzte Vorzeichen haben.

[18] Wir bemerken hier am Rande, daß mit dieser Annahme im System *fester* Wechselkurse eine "normale" Reaktion der Zahlungsbilanz auf eine Abwertung garantiert wäre. Ein Vergleich mit der expliziten Ausrechnung auf Seite 5 unten zeigt unmittelbar, daß man auch $\partial Z/\partial w = D_2/D_1$ schreiben könnte. Mit der hier erst getroffenen Annahme (A3) gilt dann natürlich $\partial Z/\partial w > 0$.

Wie nicht anders zu erwarten, bewirkt eine verstärkte Intervention der Zentralbank am Devisenmarkt (genauer: ein *umfangreicherer* Kauf oder *geringerer* Verkauf von Devisen) eine Abwertung. Das Importgut wird also teurer, und dadurch steigt die Nachfrage nach heimischem Sozialprodukt, und als Folge davon steigt auch die Nachfrage nach Geld. Zugleich mit der Intervention wächst aber auch das Geldangebot, es sei denn, der Liquiditätseffekt der Intervention wäre zu Hundert Prozent sterilisiert worden. Im Allgemeinen bleibt deswegen unklar, was mit dem Zinsniveau passiert. Bei hundertprozentiger Sterilisierung ($s = 1$) entfällt natürlich der liquiditätssteigernde Effekt der Intervention, weswegen dann das Zinsniveau steigen muß.

b. Wirkung einer Steigerung der Staatsausgaben

$$\begin{aligned}
\partial Y/\partial G &= L_r B_w / D_2 && > 0 \\
\partial r/\partial G &= -L_Y B_w / D_2 && > 0 \\
\partial w/\partial G &= A/D_2 && = ?
\end{aligned}$$

Daß steigende Staatsausgaben das Sozialprodukt erhöhen und die Zinsen steigern (solange die Zentralbank, wie implizit angenommen, das Geldangebot nicht ändert), verwundert kaum. Und daß im Allgemeinen offen bleiben muß, was der Wechselkurs macht, leuchtet auch ein, denn das steigende Sozialprodukt passiviert die Handelsbilanz, während das steigende Zinsniveau die Kapitalverkehrsbilanz aktiviert.

Besonders interessant ist allerdings folgende Überlegung: ist die Kapitalmobilität groß genug, um A positiv zu machen, so gilt eindeutig $\partial w/\partial G = A/D_2 < 0$, und das bedeutet: die heimische Währung *wertet auf* [19]!

c. Wirkung einer expansiven Geldpolitik

$$\begin{aligned}
\partial Y/\partial a &= \Big(H_r B_w + (wM_r - K_r)(H_w + X_w)\Big)/D_2 && > 0 \\
\partial r/\partial a &= \Big((1 - H_Y)B_w - wM_Y(H_w + X_w)\Big)/D_2 && = ? \\
\partial w/\partial a &= -C/D_2 && > 0.
\end{aligned}$$

Am wenigsten durchsichtig ist die Wirkungsweise einer isolierten Erhöhung der Geldmenge. Da von der Zahlungsbilanz keine Rückkoppelung kommen kann – annahmegemäß verändert die Zentralbank nur die autonome Komponente der Geldmenge und

[19] Dieses Ergebnis erinnert stark an *Ronald Reagan*. Seine angeblich *supply side*-orientierte, in Wirklichkeit aber extrem *Keynes*ianisch geprägte Fiskalpolitik führte zu einer starken Aufwertung des US-Dollars. Und zu einem Bauboom, auf den allerdings ein Jahrzehnt später der Kollaps des US-amerikanischen Immobilienmarkts folgte. Weiter unten werden wir sehen, daß bei perfekter Kapitalmobilität die Aufwertung das Einzige ist, was von einer expansiven Fiskalpolitik übrig bleibt.

nicht zugleich auch ihr Interventionsvolumen am Devisenmarkt – wirkt die Erhöhung des Geldangebots tendenziell zinssenkend und Output erhöhend. Beides deutet auf eine Passivierung der Zahlungsbilanz, und das führt, weil ja nicht interveniert wird, zu einer Abwertung. Die Abwertung nivelliert die Passivierungstendenz und steigert zugleich den Output. Ob per Saldo eine Zinssenkung oder -steigerung nötig ist, um das Zahlungsbilanzgleichgewicht wiederherzustellen, bleibt jedoch ungewiß.

3.2 Perfekte Kapitalmobilität ($K_r = \infty$)

Wie schon in Abschnitt 2.2 läßt die Annahme perfekter Kapitalmobilität die Inverse der Systemmatrix wieder kollabieren. Wir erhalten jetzt

$$(17) \quad \lim_{K_r \to \infty} F_x^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/L_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/(H_w + X_w) & (1 - H_Y)/\big(L_Y(H_w + X_w)\big) & 0 \end{pmatrix}.$$

Setzen wir wieder voraus, daß die Zentralbank keine hundertprozentige Sterilisierungspolitik betreibt, erhalten wir nun für die gesamte komparative Statik bei flexiblen Wechselkursen

$$\begin{array}{lll} \partial Y/\partial Z = \frac{1-s}{L_Y} > 0 & \partial Y/\partial G = 0 & \partial Y/\partial a = \frac{1}{L_Y} > 0 \\ \partial r/\partial Z = 0 & \partial r/\partial G = 0 & \partial r/\partial a = 0 \\ \partial w/\partial Z = \frac{(1-s)(1-H_Y)}{L_Y} > 0 & \partial w/\partial G = \frac{-1}{H_w+X_w} < 0 & \partial w/\partial a = \frac{1-H_Y}{L_Y(H_w+X_w)} > 0. \end{array}$$

Abgesehen davon, daß perfekte Kapitalmobilität wiederum alle Unklarheiten beseitigt, führt der Vergleich mit den Ergebnissen von Abschnitt 2.4 zu einem denkwürdigen Ergebnis: während in einem System fester Wechselkurse die Geldpolitik beschäftigungs*unwirksam* bleibt und sich lediglich auf den Zahlungsbilanzsaldo auswirkt, ist nun bei flexiblen Wechselkursen die Fiskalpolitik beschäftigungspolitisch ohne jeden Biß. Eine Steigerung der Staatsausgaben verdrängt lediglich andere heimische Nachfrage und erschöpft sich in einer *Aufwertung*. Der Grund ist einfach: da das Zinsniveau bei perfekter Kapitalmobilität festgezurrt ist und die Zentralbank nicht "mitspielt", d.h. die Staatsausgabensteigerung nicht mit einer Liquiditätssteigerung begleitet, können die Geldnachfrage und damit auch das Sozialprodukt nicht steigen.

4. Die kurze und die mittlere Frist

Zum Schluß noch zwei Anmerkungen zur Brauchbarkeit des Mundell-Fleming-Modells in der mittleren Frist. Die erste betrifft eine offensichtliche Beobachtung: in einem System mit festen Wechselkursen kann eine Zentralbank nicht auf ewig einen "unrealistischen" Wechselkurs verteidigen. Ist die eigene Währung zum Beispiel überbewertet, muß die Zentralbank ständig Devisenreserven verkaufen. Trotz

Beistandsabkommen mit befreundeten Zentralbanken usw. wird sie bei diesem Spiel irgendwann das Ende der Fahnenstange erreichen. Spätestens dann ist eine Kurskorrektur angesagt.

Die andere Anmerkung bezieht sich auf die nicht sauber modellierte und jedenfalls unberücksichtigt gebliebene innere Dynamik der Geldangebotsfunktion. Das Problem hängt damit zusammen, daß das Geldangebot $L^S = a + (1 - s)Z$ hier als Summe aus der Bestandsgröße a und der (teilweise neutralisierten) Stromgröße Z modelliert wurde. Solange absichtlich oder auch als Folge anderer Politikmaßnahmen die Stromgröße $(1 - s)Z$ von Null verschieden ist, schrumpft bzw. wächst das Geldangebot von Periode zu Periode. Unsere komparativ-statische Analyse verrät uns aber nur, was bis zum "Ende" der ersten Periode passiert. Genau genommen müßte man also noch untersuchen, was in den folgenden "Perioden" geschieht. Es versteht sich von selbst, daß derartige Überlegungen sehr schnell sehr kompliziert werden können, weil deren Ergebnisse in starkem Maße davon abhängen, was über das Verhalten der Zentralbank angenommen wird.

[*V-MundellFleming.TEX*]

1 Das Modell von Kouri

Ausgangspunkt der Überlegungen ist das in seinen Grundzügen als bekannt vorausgesetzte einfache Wechselkursmodell von Kouri[1] mit den zwei Differentialgleichungen

$$
\begin{aligned}
(1) \qquad \dot{w} &= \tau \left(M - wL(Y, \frac{M}{w} + F, \pi) \right) \quad \text{mit} \quad \tau \rightarrow +\infty \\
(2) \qquad \dot{F} &= Y - C\left(Y, \frac{M}{w} + F \right),
\end{aligned}
$$

von denen die erste einen offenbar sehr *schnell* reagierenden Geldmarkt und die zweite den sehr viel *langsamer* ablaufenden Akkumulationsprozeß des Devisenbestands in der Hand der Inländer beschreiben. Wegen der unendlich hohen Anpassungsgeschwindigkeit des Wechselkurses w muß demnach der Geldmarkt zu jedem Zeitpunkt geräumt sein. Stattdessen können wir deswegen auch das Gleichungssystem

$$
\begin{aligned}
(3) \qquad 0 &= M - wL\left(Y, \frac{M}{w}, \pi \right) \\
(4) \qquad \dot{F} &= Y - C\left(Y, \frac{M}{w} + F \right)
\end{aligned}
$$

betrachten, wobei wir allerdings zu beachten haben, daß in der verbleibenden Differentialgleichung (4) der Wechselkurs w jeweils genau den Wert annimmt, bei dem der Geldmarkt (3) geräumt ist.

2 Schnell-langsame Systeme

Die komparativ-statische Analyse solcher schnell-langsamen Systeme weist einige Besonderheiten auf. Das wollen wir uns etwas genauer anschauen. Statt (1) und (2) betrachten wir deshalb nun den allgemeineren Fall eines Modells der Form

$$
\begin{aligned}
(5) \qquad \dot{x} &= \tau f(x, y, \alpha) \quad \text{mit} \quad \tau \rightarrow +\infty \\
(6) \qquad \dot{y} &= g(x, y, \alpha).
\end{aligned}
$$

Damit sind x die "schnellen" und y die "langsamen" endogenen Variablen und α die "echt" exogenen Variablen. Wir vernachlässigen hier die Frage, ob der durch $\dot{x} = \tau \cdot f(\cdot)$ beschriebene schnelle Block des Systems stabil ist, und schließen lediglich, daß wegen der unendlich hohen Anpassungsgeschwindigkeit der schnellen Endogenen

[1] Kouri, Pentti J. K., "The Exchange Rate and the Balance of Payments in the Short Run and in the Long Run. A Monetary Approach", *Scandinavian Journal of Economics, 78* (1976), 280-304.

x kurzfristig immer $f(x, y, \alpha) = 0$ gelten muß. Das zu betrachtende System lautet dann also

$$\begin{aligned} (7) \qquad 0 &= f(x, y, \alpha) \\ (8) \qquad \dot{y} &= g(x, y, \alpha). \end{aligned}$$

Da das Subsystem (7) immer im Gleichgewicht sein muß, muß x stets sofort den Wert x° annehmen, so daß $f(x^\circ, y, \alpha) = 0$ gilt. Natürlich ist x° nicht beliebig, sondern zu jedem gegebenen Wertepaar (y, α) wird ein spezielles x° gehören, das $f(\cdot)$ gerade zum Verschwinden bringt. Wir schreiben $x^\circ = x^*(y, \alpha)$ für diese Lösung und hoffen, daß sie eindeutig ist. Setzen wir diese (nur im Prinzip bekannte) Lösung x° in (7) und (8) ein, so ist (7) identisch erfüllt und wir erhalten

$$\begin{aligned} (9) \qquad 0 &\equiv f(x^*(y, \alpha), y, \alpha) \\ (10) \qquad \dot{y} &= g(x^*(y, \alpha), y, \alpha). \end{aligned}$$

2.1 Die komparative Statik für den schnellen Block

Das Besondere an schnell-langsamen Systemen wie (9) und (10) ist nun, daß aus der Sicht des schnellen Blocks (9) nicht nur die "echten" Exogenen α sondern auch die langsamen Endogenen y exogen sind. Differenzieren wir (9) ganz mechanisch nach y und α, so erhalten wir zunächst

$$f_x x_y^* + f_y = 0 \quad \text{bzw.} \quad f_x x_\alpha^* + f_\alpha = 0$$

und nach geringfügiger Umstellung die uns interessierenden komparativ statischen Reaktionen der schnellen Variablen x auf Änderungen von y bzw. α

$$(11) \qquad x_y^\circ := x_y^* = -f_x^{-1} f_y \quad \text{bzw.} \quad x_\alpha^\circ := x_\alpha^* = -f_x^{-1} f_\alpha.$$

Die Reaktionen x_y^* geben an, wie die schnellen Endogenen x reagieren, wenn sich die langsamen Endogenen y ändern. Anders ausgedrückt: sie geben an, welche Neigung die "Ortslinien" mit der Eigenschaft $f(x, y, \alpha) = 0$ für gegebenes α in der jeweiligen (x, y)-Ebene haben.

Die Reaktionen x_α^* bezeichnet man dagegen Neudeutsch als *Impact*-Reaktionen[2], weil sie angeben, um wieviel die schnellen Variablen x für jedes gegebene y unmittelbar springen, nachdem an den echten Exogenen α gedreht worden ist. Diese Impact-Reaktionen zeigen also, wie sich die "Ortslinien" mit der Eigenschaft $f(x, y, \alpha) = 0$ für jedes gegebene y nach einer Änderung von α verschieben.

[2] Von *impact* $\hat{=}$ Aufschlag oder Einschlag, also blitzartig.

2.2 Die komparative Statik für den langsamen Block

Selbstverständlich interessiert uns auch die Lage der Ortslinien, für die der langsame Block (10) schließlich zur Ruhe kommt, für die also $\dot{y} = 0$ gilt. Im Allgemeinen ist $g(x^*(y,\alpha), y, \alpha) = 0$ nicht für jede beliebige Wertekombination (y, α) erfüllt. Bezeichnen wir die Lösung, die $\dot{y} = g(x^*(y,\alpha), y, \alpha)$ zum Verschwinden bringt, mit $y^\infty = y^*(\alpha)$ und setzen wir diese (wiederum nur im Prinzip bekannte) Lösung y^∞ in (10) ein, so ist (10) identisch erfüllt und wir haben

$$(12) \qquad 0 \;\equiv\; g(x^*(y^*(\alpha), \alpha), y^*(\alpha), \alpha).$$

An (12) läßt sich erkennen, daß der langfristige Ruhepunkt $y^\infty = y^*(\alpha)$ tatsächlich nur noch von den echten Exogenen α abhängt. Differentiation nach α bringt nun zunächst $g_x(x_y^* y_\alpha^* + x_\alpha^*) + g_y y_\alpha^* + g_\alpha = 0$ und nach Einsetzen von (11)

$$g_x(-f_x^{-1} f_y y_\alpha^* - f_x^{-1} f_\alpha) + g_y y_\alpha^* + g_\alpha = 0,$$

sowie schließlich nach geeigneter Umstellung

$$(13) \qquad y_\alpha^\infty := y_\alpha^* = \left(g_x f_x^{-1} f_y - g_y\right)^{-1} \left(g_\alpha - g_x f_x^{-1} f_\alpha\right).$$

Dies ist die langfristige Reaktion der langsamen Endogenen y auf eine Änderung der Exogenen α. Sie zeigt uns zugleich, in welche Richtung sich die Ortslinie für $\dot{y} = g(\cdot) = 0$ entlang der y-Achse verschiebt, wenn an den Exogenen α gedreht wird.

Für das schnelle System x muß in der langen Frist natürlich $x^\infty = x^*(y^\infty, \alpha)$ gelten. Die langfristigen Reaktionen der schnellen Endogenen errechnen sich demnach als

$$(14) \qquad \begin{aligned} x_\alpha^\infty :\; &= x_y^* y_\alpha^* + x_\alpha^* \\ &= -f_x^{-1} f_y \left(g_x f_x^{-1} f_y - g_y\right)^{-1} \left(g_\alpha - g_x f_x^{-1} f_\alpha\right) - f_x^{-1} f_\alpha. \end{aligned}$$

Wir bemerken am Rande (für Eingeweihte, ohne das hier nachzuweisen), daß die so ermittelten langfristigen Reaktionen (13) und (14) genau mit dem übereinstimmen, was man bei einer ganz konventionellen komparativ-statischen Analyse eines durchgängig schnellen Systems – bei dem also auch die linke Seite von (8) verschwindet – bekommen hätte.

2.3 Anwendung auf das Kouri-Modell

Da der schnelle und der langsame Block im Kouri-Modell freundlicherweise aus jeweils nur einer einzigen Gleichung bestehen, sind die erforderlichen Ausrechnungen sehr einfach. Mit $x \hat{=} w$, $y \hat{=} F$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \hat{=} (Y, M, \pi)$, $f(x, y, \alpha) \hat{=} M - wL(Y, M/w + F, \pi)$ und $g(x, y, \alpha) \hat{=} Y - C(Y, M/w + F)$ haben wir

$$\begin{pmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L(L_V - 1) & -wL_V \\ C_V L/w & -C_V \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} f_{\alpha_1} & f_{\alpha_2} & f_{\alpha_3} \\ g_{\alpha_1} & g_{\alpha_2} & g_{\alpha_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -wL_Y & 1 - L_V & -wL_\pi \\ 1 - C_Y & -C_V/w & 0 \end{pmatrix},$$

wobei mehrfach L für M/w geschrieben wurde. Gemäß (11) erhalten wir somit für die kurzfristigen Reaktionen des schnellen Wechselkurses w

$$w_F^0 = \frac{wL_V}{L(L_V - 1)} \quad \text{sowie} \tag{15}$$

$$w_Y^0 = \frac{wL_Y}{L(L_V - 1)}, \quad w_M^0 = \frac{1}{L}, \quad w_\pi^0 = \frac{wL_\pi}{L(L_V - 1)}. \tag{16}$$

Und für die langfristigen Reaktionen folgt gemäß (13) und (14)

$$w_Y^\infty = \frac{wL_V(C_Y - 1)}{LC_V} - \frac{wL_Y}{L}, \quad w_M^\infty = \frac{1}{L}, \quad w_\pi^\infty = \frac{-wL_\pi}{L} \tag{17}$$

$$F_Y^\infty = \frac{(1 - C_Y)(1 - L_V)}{C_V} - L_Y, \quad F_M^\infty = 0, \quad F_\pi^\infty = -L_\pi. \tag{18}$$

Unter den gängigen Annahmen[3] sind alle diese komparativ statischen Reaktionen bis auf F_Y^∞ eindeutig zu signieren. Interessant ist, daß der langfristig gehaltene Devisenbestand F^∞ unabhängig von der heimischen Geldmenge M ist. Das hängt mit der hier gegebenen Gültigkeit der extremen Kaufkraftparität zusammen: wird die nominale Geldmenge geändert, so wertet die Währung jeweils schon in der Impact-Phase so weit ab, daß die reale Geldmenge M/w unverändert bleibt. Damit ändert sich auch das gesamte reale Vermögen $V = M/w + F$ nicht, was die langfristige Reaktion $F_M^\infty = 0$ erklärt.

[Schnell-Langsam.TEX]

[3] $L_Y > 0$, $0 < L_V < 1$, $L_\pi < 0$, $0 < C_Y < 1$ und $C_V > 0$. Mit π als der Abwertungserwartung gilt naturgemäß $L_\pi < 0$.