

# Zur Herleitung effizienter Preise

MICHAEL BRAULKE\*  
und  
JÖRG SCHIMMELPFENNIG†

Mai 2001

## Zusammenfassung

Auf den Hicksschen Variationsmaßen aufbauend entwickeln wir einen einheitlichen und wohlfahrtstheoretisch unbedenklichen Ansatz zur Herleitung erst- und zweitbesten Preise.

## 1 Einleitung

Daß eine volkswirtschaftlich effiziente Preissetzung bei Fehlen externer Effekte „Preis gleich Grenzkosten“ verlangt, ist intuitiv unmittelbar einsichtig: interpretiert man die inverse Nachfragefunktion als Ausdruck der marginalen Zahlungsbereitschaft, so egalisiert diese Preisregel eben diese marginale Zahlungsbereitschaft mit den Grenzkosten der Bereitstellung. Damit maximiert sie zugleich die Fläche zwischen inverser Nachfrage- und Grenzerlösfunktion, also die Differenz zwischen aufsummierter Zahlungsbereitschaft und variablen Kosten, die gemeinhin als Summe aus Konsumenten- und Produzentenrente oder kurz als „gesamtwirtschaftliche Rente“ bezeichnet wird. Aber obwohl sich dieses grafische Konstrukt auch zur Veranschaulichung einer Reihe zweitbesten Preisregeln oder Steuerpolitiken eignet und zudem eine einfache Möglichkeit der Formalisierung suggeriert, zeigen die Versuche einer sauberen Herleitung solcher Regeln, auch wenn dies nur partialanalytisch erfolgen soll, ein eher gemischtes Bild. Die nicht nur in deutschsprachigen Lehrbüchern am häufigsten anzutreffenden „Beweise“ versuchen zwar mit der Maximierung der wie

---

\*Universität Osnabrück, D-49078 Osnabrück, Germany; Fax +49-541-9691-2741; E-mail: Braulke@Uni-Osnabrueck.De

†Ruhr-Universität Bochum, D-44780 Bochum, Germany; Fax +49-234-32-14143; E-mail: Joerg.Schimmelpfennig@Ruhr-Uni-Bochum.De

bei der intuitiven Argumentation definierten Gesamtrente bzw. Minimierung der entsprechenden „Effizienzverluste“ eine direkte Umsetzung dieser Vorstellung. Doch fußen sie eben mit der von Dupuit (1844) erdachten Vorstellung der Konsumentenrente auf einem theoretisch mehr als zweifelhaften Konzept.

Soll das Konzept der Konsumentenrente als Integral unter der Marshallschen Nachfragefunktion nutzentheoretisch fundiert werden, so erfordert das nicht nur Kardinalität des Nutzens und wegen der anschließenden Aggregation auch interpersonelle Vergleichbarkeit, sondern, wie bereits von Pareto 1892 gezeigt<sup>1</sup>, mit der erforderlichen Unabhängigkeit des Grenznutzens des Einkommens von den Preisen darüber hinaus auch noch Einkommenselastizitäten von eins für alle Güter. Verzichtet man deshalb lieber ganz auf eine theoretische Fundierung, so bleibt immer noch das Problem der Pfadabhängigkeit bei Änderung mehrerer Preise<sup>2</sup>, weswegen die Konsumentenrente nicht einmal mehr als Maß bezeichnet werden kann<sup>3</sup>.

Mit den von Hicks (1956) entwickelten Konzepten der kompensierenden und der äquivalenten Variation und der Arbeit von Willig (1976) zum Zusammenhang zwischen diesen theoretisch unanstößigen Maßen und der Dupuitschen Konsumentenrente wurde letztere zwar weitgehend rehabilitiert und für Anwendungen in der Kosten–Nutzen–Analyse wieder salonfähig gemacht. Doch ändert dies, zumal die drei Definitionen bei nicht verschwindenden Einkommenseffekten auch zu drei unterschiedlichen Ergebnissen führen, nichts an der Unbrauchbarkeit des klassischen Konzepts der Konsumentenrente für eine formal saubere Herleitung effizienter Preisregeln.

Zur Messung der Wohlfahrt eines Konsumenten werden wir stattdessen auf die Konstruktion einer „Hicksschen Konsumentenrente“ zurückgreifen, die sich im partialanalytischen Kontext genau wie Dupuits Konsumentenrente als Fläche unter einer Nachfragefunktion interpretieren läßt, die aber wohldefiniert ist, weil sie bei Wohlfahrtsvergleichen auf die Hicksschen Variationsmaße hinausläuft. Auf dieser Grundlage werden wir anschließend die Effizienz von Grenzkostenpreisen und einiger zweitbesten Preissetzungs- und Besteuerungsregeln partialanalytisch sauber und beweistechnisch einheitlich herleiten.

## 2 Notation und allgemeiner Modellrahmen

Jedes Individuum  $i = 1, \dots, m$  maximiere bei gegebenem Einkommen  $y^i$  seinen ordinalen Nutzen  $u^i(x^i)$  unter der Nebenbedingung  $px^i = y^i$ , wobei  $p = (p_1, \dots, p_n)$  das aus der Sicht des Individuums gegebene Preissystem für die insgesamt  $n$  Güter und

---

<sup>1</sup>Vgl. hierzu Sanger (1985).

<sup>2</sup>Vgl. Hotelling (1938).

<sup>3</sup>Das große Verdienst Dupuits als Begründer nicht nur der Idee der Konsumentenrente und damit der modernen Wohlfahrtsökonomie, sondern auch der mikroökonomischen Nachfragetheorie wird dadurch natürlich in keiner Weise geschmälert.

$x^i = (x_1^i, \dots, x_n^i)$  das Konsumbündel darstellen. Die resultierenden Marshallschen Nachfragefunktionen seien mit  $x_j^i(p, y^i)$ , die aus dem dualen Ausgabenminimierungskalkül abgeleitete Ausgabenfunktion mit  $e^i(p, u^i)$ , die zugehörigen ausgabenminimierenden Hicksschen Nachfragen mit  $h_j^i(p, u^i)$  und die indirekte Nutzenfunktion mit  $v^i(p, y^i)$  bezeichnet. Für die aggregierte Nachfragefunktion schreiben wir  $X(p, y) = (X_1(p, y), \dots, X_n(p, y))$ , wobei selbstverständlich  $X_j(p, y) = \sum_i x_j^i(p, y^i)$  mit  $y = (y^1, \dots, y^m)$  gelten soll, und die aus einem geeigneten Kostenminimierungskalkül resultierende gesamtwirtschaftliche Kostenfunktion bezeichnen wir schließlich mit  $K(X)$ , wobei  $X = (X_1, \dots, X_n)$  für den Vektor der aggregierten Nachfragen steht.

### 3 Die Hickssche Konsumentenrente

Anders als Dupuits Konsumentenrente, die in Nutzeinheiten zu messen wäre, und auch anders als die ad-hoc-Interpretation der inversen Nachfrage als Zahlungsbereitschaft setzt das hier verwendete Konzept der Hicksschen Konsumentenrente direkt am Einkommen an. Als Hickssche Rente  $CR^i$  eines Konsumenten  $i$  bezeichnen wir die Ersparnis, die dieser Konsument dadurch hat, daß ihm das Gut  $j$  überhaupt angeboten wird, oder genauer, daß es ihm zum Preis  $p_j$  statt zum (endlichen) „Prohibitivpreis“  $p_j^\infty$  zur Verfügung steht<sup>4</sup>. Überträgt man diese Vorstellung auf alle Güter, so ergibt sich für die gesamte Hickssche Konsumentenrente<sup>5</sup>

$$(1) \quad CR^i(p, u^i) := e^i(p^\infty, u^i) - e^i(p, u^i),$$

wobei nur noch zu bestimmen bleibt, für welches Nutzenniveau  $u^i$  diese Rente ermittelt werden soll. Naheliegender wäre es, genau das Nutzenniveau festzulegen, das der Konsument bei den Preisen  $p$  mit seinem Einkommen  $y^i$  tatsächlich erreicht, also  $u^i = v^i(p, y^i)$ . Nun interessiert allerdings häufig die Frage, wie sich diese Konsumentenrente beim Übergang von einer Preiskonstellation  $p^0$  zu einer anderen Preiskonstellation  $p^1$  verändert, und damit bieten sich zwei verschiedene Nutzenniveaus an, nämlich  $u^{i0} = v^i(p^0, y^i)$ , das Nutzenniveau der Ausgangskonstellation  $p^0$ , oder  $u^{i1} = v^i(p^1, y^i)$ , das der Zielkonstellation  $p^1$ .

<sup>4</sup>Die hier beiläufig erwähnte Annahme endlicher Prohibitivpreise mag hart erscheinen, zumal sie schon für den in Übungsaufgaben allgegenwärtigen Konsumenten mit Cobb-Douglas Präferenzen verletzt wäre. Abgesehen davon, daß dies eher gegen die Formulierung solcher Präferenzen als gegen die Annahme spricht, könnte auf sie – allerdings zum Preis eines erheblichen formalen Aufwands – verzichtet werden. Wir vermerken am Rande, daß auch das Dupuitsche Konzept der Konsumentenrente von endlichen Prohibitivpreisen ausgeht.

<sup>5</sup>Angesichts der folgenden Definition fragt man sich unwillkürlich, wie der Konsument sein Nutzenniveau  $u^i$  erreichen soll, wenn alle Güter zum jeweiligen „Prohibitivpreis“ angeboten würden. Das kann natürlich nicht gemeint sein.  $p^\infty$  steht hier idealtypisch für eine Situation mit „sehr hohen“, aber festen Preisen. Wichtig ist lediglich, daß  $e^i(p^\infty, u^i)$  für gegebenes  $u^i$  eine Konstante, also von den tatsächlichen Preisen  $p$  unabhängig ist.

A priori gebührt keiner der Vorzug. Legte man sich auf das Nutzenniveau der Ausgangskonstellation fest, so würde sich die Hickssche Konsumentenrente beim Übergang von  $p^0$  auf  $p^1$  um

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \Delta CR^i(p^0, p^1, u^{i0}) &= CR^i(p^1, u^{i0}) - CR^i(p^0, u^{i0}) \\
 &= e^i(p^0, v^i(p^0, y^i)) - e^i(p^1, v^i(p^0, y^i)) \\
 &= y^i - e^i(p^1, v^i(p^0, y^i))
 \end{aligned}$$

verändern, was bis auf das Vorzeichen genau Hicks' kompensierender Variation entspricht<sup>6</sup>. Wählte man dagegen das Nutzenniveau der Zielkonstellation, erhielte man stattdessen

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \Delta CR^i(p^0, p^1, u^{i1}) &= CR^i(p^1, u^{i1}) - CR^i(p^0, u^{i1}) \\
 &= e^i(p^0, v^i(p^1, y^i)) - e^i(p^1, v^i(p^1, y^i)) \\
 &= e^i(p^0, v^i(p^1, y^i)) - y^i,
 \end{aligned}$$

und dies entspräche nun – wiederum bis auf das Vorzeichen – Hicks' äquivalenter Variation. Bekanntlich stimmen bei diskreten Preisänderungen die kompensierende und die äquivalente Variation im Allgemeinen nicht überein. Für unsere Zwecke spielt das allerdings keine Rolle, weil wir nur marginale Preisänderungen betrachten werden.

Daß sich bei partialanalytischer Betrachtungsweise die in (1) definierte Hickssche Konsumentenrente genau wie bei Dupuits Konzept als Fläche unter einer Nachfragekurve darstellen läßt, ist schnell nachzuvollziehen. Da nämlich die Ableitung der Ausgabenfunktion nach einem Preis gleich der entsprechenden Hicksschen Nachfrage ist, also

$$(4) \quad \frac{\partial e^i(p, u^i)}{\partial p_j} = h_j^i(p, u^i) \quad , \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

gilt, lassen sich die beiden Ausgabenfunktionen in (1) alternativ auch als Integral unter der für das Nutzenniveau  $u^i$  geltenden Hicksschen Nachfragefunktion schreiben. Grafisch entspricht diese Differenz demnach der Fläche unter dieser Nachfragefunktion vom „Prohibitivpreis“ bis zum betrachteten Preis  $p$  einschließlich. Und ganz analog wären dann die kompensierende und die äquivalente Variation gemäß (2) bzw. (3) als Differenz zweier solcher Flächen darzustellen, wobei allerdings einmal die Hickssche Nachfragefunktion für das ursprüngliche Nutzenniveau  $u^{i0}$  und das andere Mal die Nachfragefunktion für das Nutzenniveau  $u^{i1}$  zu betrachten wären.

---

<sup>6</sup>Bei Hicks (1956) steht ein negatives Vorzeichen für eine Besserstellung und ein positives Vorzeichen für eine Schlechterstellung des Konsumenten.

Da die Hickssche Konsumentenrente in Geldeinheiten gemessen wird, steht einer Aggregation nichts im Wege. Die gesamtwirtschaftliche Konsumentenrente ist demnach

$$(5) \quad CR(p, u) := A - \sum_i e^i(p, u^i) \quad \text{mit} \quad A = \sum_i e^i(p^\infty, u^i),$$

wobei  $u$  für den Vektor  $(u^1, \dots, u^n)$  steht und  $A$  offenbar eine Konstante ist. Als gesamtwirtschaftliche Wohlfahrt  $W$  bezeichnen wir dann die Summe aus dieser Konsumentenrente und der Produzentenrente, also

$$(6) \quad W(p, u) := A - \sum_i e^i(p, u^i) + \sum_j p_j X_j(p, y) - K(X(p, y)).$$

## 4 Anwendungsbeispiele

Wir wollen nun anhand einiger Beispiele demonstrieren, wie sich das gerade vorgestellte Konzept nutzen läßt.

### 4.1 (Erst-)beste Preissetzung

Als erstes fragen wir nach der Charakterisierung des Preissystems  $p^*$ , das die gesamtwirtschaftliche Wohlfahrt (6) maximiert. Wenn es ein solches erstbestes Preissystem gibt, dann muß  $W(p, u)$  an der Stelle  $(p^*, u^*)$  mit  $u^{i*} = v^i(p^*, y^i)$  bezüglich  $p$  maximal sein. Somit muß es den Bedingungen erster Ordnung

$$(7) \quad \frac{\partial W(p^*, u^*)}{\partial p_j} = - \sum_i h_j^i(p^*, u^{i*}) + X_j(p^*, y) + \sum_k \left( p_k^* - \frac{\partial K}{\partial X_k} \right) \frac{\partial X_k}{\partial p_j} = 0 \quad , \quad j = 1, \dots, n$$

genügen, wobei wir von (4) Gebrauch gemacht haben. Nun stimmen Marshallsche und Hickssche Nachfrage aufgrund der Dualität der beiden entsprechenden Optimierungskalküle an der Stelle  $(p^*, u^*)$  überein, d.h. es gilt

$$(8) \quad h_j^i(p^*, u^{i*}) = x_j^i(p^*, y^i) \quad , \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

und damit insbesondere auch  $\sum_i h_j^i(p^*, u^{i*}) = X_j(p^*, y)$ . (7) vereinfacht sich deswegen zu

$$(9) \quad \sum_k \left( p_k^* - \frac{\partial K}{\partial X_k} \right) \frac{\partial X_k}{\partial p_j} = 0 \quad , \quad j = 1, \dots, n,$$

und das impliziert, daß die Grenzkostenpreisregel  $p_k^* = \partial K / \partial X_k$  für alle  $k = 1, \dots, n$  tatsächlich das wohlfahrtsmaximierende Preissystem  $p^*$  charakterisiert.

## 4.2 Abweichungen von der Grenzkostenpreissetzung

Anhand von (9) läßt sich sehr einfach nachvollziehen, daß eine wohlfahrtsmaximierende Preissetzung im Allgemeinen ein vollständiges Abweichen von der Grenzkostenpreisregel erfordert, sobald auch nur ein einziger Preis exogen fixiert ist. Um die Interpretation des Ergebnisses möglichst einfach zu machen, beschränken wir uns hier auf den überschaubaren Zwei-Güter-Fall. Wir nehmen also an, daß es nur  $n = 2$  Güter gibt und daß der Preis des zweiten Gutes exogen vorgegeben ist, also  $p_2 = \bar{p}_2$  gilt. Frei wählbar ist somit nur noch der Preis des ersten Gutes, und das bedeutet, daß von den  $n$  Bedingungen erster Ordnung (7) nur noch die erste übrigbleibt und sich (9) zu

$$(10) \quad \left( p_1^* - \frac{\partial K}{\partial X_1} \right) \frac{\partial X_1}{\partial p_1} + \left( \bar{p}_2 - \frac{\partial K}{\partial X_2} \right) \frac{\partial X_2}{\partial p_1} = 0$$

vereinfacht.

Wir wollen hier davon ausgehen, daß das erste Gut kein Giffen-Gut ist und somit  $\partial X_1 / \partial p_1 < 0$  gilt. (10) bedeutet dann: Handelt es sich bei den beiden Gütern um Brutto-Substitute, gilt also  $\partial X_2 / \partial p_1 > 0$ , so muß im Optimum

$$p_1^* \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{\partial K}{\partial X_1} \quad \Leftrightarrow \quad \bar{p}_2 \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{\partial K}{\partial X_2}$$

gelten, der Preis des ersten Gutes von seinen Grenzkosten also nach derselben Seite abweichen wie der exogen fixierte Preis des zweiten Gutes von dessen Grenzkosten. Handelt es sich bei den beiden Gütern dagegen um Brutto-Komplemente, so verlangt (10) umgekehrt

$$p_1^* \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} \frac{\partial K}{\partial X_1} \quad \Leftrightarrow \quad \bar{p}_2 \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} \frac{\partial K}{\partial X_2},$$

und damit eine Abweichung nach der anderen Seite.

## 4.3 Zweitbeste Preissetzung im natürlichen Monopol

Gemeinhin wird die Grenzkostenpreissetzung im natürlichen Monopol als effiziente Preissetzung bezeichnet. Dabei wird jedoch implizit angenommen, daß sich ein allfälliges Defizit effizienzverlustfrei – also durch Pauschal- oder Pigousteuern – finanzieren läßt. Besteht eine solche Option nicht, so stellt sich die Frage einer zweitbesten Lösung.

Dieser Frage wollen wir nun nachgehen und uns dabei wiederum auf eine Zwei-Güter-Welt beschränken. Wir nehmen an, daß Gut 1 von einem natürlichen Monopol und

Gut 2 auf einem konventionellen Wettbewerbsmarkt angeboten werden. Für den Markt des Gutes 2 unterstellen wir also Mengenanpasserverhalten, so daß stets

$$(11) \quad p_2 = \partial K / \partial X_2$$

gilt.

Um die Analyse so einfach wie möglich zu halten, wollen wir annehmen, daß in den Nachfragefunktionen keine Kreuzpreiseffekte auftreten. Darüber hinaus müssen wir annehmen, daß die Gesamtkostenfunktion in  $X_1$  und  $X_2$  separabel ist; täten wir das nicht, könnten wir nämlich den Verlust des natürlichen Monopols nicht ermitteln. Schließlich nehmen wir noch an, daß dieser Verlust nur durch eine Mengensteuer in Höhe von  $t$  im Markt 2 gedeckt werden kann – und muß.

Die zugehörige Lagrangefunktion lautet dann

$$\begin{aligned} L(p_1, t, \lambda) = & A - \sum_i e^i(p_1, p_2(t) + t, u^{i*}) \\ & + p_1 X_1(p_1) + (p_2(t) + t) X_2(t) - K_1(X_1(p_1)) \\ & - K_2(X_2(t)) + \lambda (p_1 X_1(p_1) + t X_2(t) - K_1(X_1(p_1))), \end{aligned}$$

wobei  $u^{i*} = v^i(p_1^*, p_2(t^*) + t^*, y^i)$  ist, also das individuelle Nutzenniveau bei optimaler Preis- und Steuerpolitik bezeichnet, und  $X_2(t)$  für  $X_2(p_2(t) + t)$  steht.

Eine optimale Preis- und Steuerpolitik  $(p_1^*, t^*)$  muß dann den Bedingungen erster Ordnung

$$(12) \quad \frac{\partial L(p_1^*, t^*, \lambda)}{\partial p_1} = \left( p_1^* - \frac{\partial K_1}{\partial X_1} \right) \frac{dX_1}{dp_1} (1 + \lambda) + \lambda X_1(p_1^*) = 0$$

und

$$(13) \quad \frac{\partial L(p_1^*, t^*, \lambda)}{\partial t} = \left( p_2(t^*) + t^* - \frac{\partial K_2}{\partial X_2} \right) \frac{dX_2}{dt} (1 + \lambda) + \lambda X_2(t^*) = 0,$$

wobei in (12) und (13) wieder (4) und (8) zum Zuge kamen. Berücksichtigt man nun zusätzlich auch (11) in (13) und setzt man  $\lambda$  aus (13) in (12) ein, so erhält man in Elastizitätenschreibweise

$$(14) \quad \frac{p_1^* - \partial K_1 / \partial X_1}{p_1^*} = \frac{\epsilon_{X_2, t}}{\epsilon_{X_1, p_1}},$$

wobei  $\epsilon_{X_1, p_1}$  für die konventionelle Preiselastizität der Nachfrage nach dem ersten Gut und  $\epsilon_{X_2, t}$  für die Elastizität der Gleichgewichtsmenge im zweiten Markt bezüglich des Steuersatzes stehen, die beide negativ sein müssen. Die zuletzt genannte Elastizität ist zwar keine reine Nachfrageelastizität, weil sie auch Eigenschaften

der Angebotsseite reflektiert, aber sie hat dennoch sicher ein negatives Vorzeichen. Man erkennt das, in dem man alternativ

$$\epsilon_{X_2,t} = \epsilon_{X_2,p_2+t} \frac{t^*}{p_2(t^*) + t^*} \frac{\partial(p_2(t^*) + t^*)}{\partial t}$$

schreibt, wobei  $\epsilon_{X_2,p_2+t}$  für die konventionelle Preiselastizität der Nachfrage im Markt 2 steht. Da nämlich der Brutto-Gleichgewichtspreis  $p_2(t^*) + t^*$  nach einer Steuererhöhung steigen (sinken) muß, sofern Gut 2 kein (ein) Giffen-Gut ist, hat die partielle Ableitung auf der rechten Seite immer das entgegengesetzte Vorzeichen der Preiselastizität, so daß die ganze rechte Seite negativ ist.

Eine optimale Preispolitik für den Markt mit dem natürlichen Monopol verlangt somit gemäß (14) in der hier betrachteten Konstellation, daß der Gleichgewichtspreis die zugehörigen Grenzkosten übersteigt. Je nach dem, ob nun die Nachfragekurve in diesem Markt die Grenzkostenkurve des natürlichen Monopolisten von oben oder von unten schneidet, bedeutet das, daß weniger bzw. mehr von dem Monopolgut hergestellt werden sollte, als es der Menge entspricht, bei der Grenzkosten und Preis übereinstimmen.

#### 4.4 Die Ramsey–Regel

Eine einfache Verallgemeinerung der Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts führt schließlich zur Ramsey–Regel<sup>7</sup>. Um das zu demonstrieren betrachten wir jetzt  $n$  Wettbewerbsmärkte ohne Kreuzpreiseffekte, in denen ein System von Mengensteuern  $t = (t_1, \dots, t_n)$  dergestalt erhoben werden soll, daß eine vorgegebene Summe  $T$  an Steuereinnahmen zusammenkommt. Die entsprechende Lagrangefunktion lautet dann

$$\begin{aligned} L(t, \lambda) = & A - \sum_i e^i(p(t) + t, u^{i*}) + \sum_j (p_j(t) + t_j) X_j(t_j) \\ & - K(X(t)) + \lambda \left( \sum_j t_j X_j(t_j) - T \right), \end{aligned}$$

wobei wieder die Kurzschreibweise  $X_j(t_j) = X_j(p_j(t_j) + t_j)$  verwendet wurde.

Eine optimale Steuerpolitik  $t^*$  müßte den zugehörigen Bedingungen erster Ordnung

$$(15) \quad \frac{\partial L(t^*, \lambda)}{\partial t_j} = (1 + \lambda) t_j^* \frac{dX_j}{dt_j} + \lambda X_j(t_j^*) = 0 \quad , \quad j = 1, \dots, n$$

<sup>7</sup>Ein sehr schöner partialanalytischer Beweis der Ramsey–Regel findet sich bei Sandmo (1987), der Wohlfahrtsänderungen über die indirekte Nutzenfunktion mißt. Damit bleibt sein Ansatz allerdings aufgrund mangelnder Aggregierbarkeit von Nutzen auf die Betrachtung einer Ein-Personen-Wirtschaft beschränkt.

genügen, was sich in Elastizitätenschreibweise unmittelbar zu der allgemeinen, aber vielleicht ungewohnten Ramsey-Regel

$$(16) \quad \epsilon_{X_j, t_j} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad , \quad j = 1, \dots, n$$

umformen läßt.

Würde man annehmen, daß die Grenzkosten und damit auch die Produzentenpreise  $p_j$  in allen  $n$  Wettbewerbs-Märkten konstant sind, könnte man  $dX_j/dt_j$  in (15) durch  $dX_j/d(p_j + t_j)$  ersetzen und käme so mit einer entsprechenden Umformung direkt zu der bekannteren, aber spezielleren Form der Ramsey-Regel

$$(17) \quad \frac{t_j^*}{p_j + t_j^*} = \frac{\lambda/(\lambda - 1)}{\epsilon_{X_j, p_j + t_j}} \quad , \quad j = 1, \dots, n,$$

die bekanntlich besagt, daß die steuerliche Belastung umgekehrt proportional zur (absoluten) Preiselastizität der Nachfrage in dem jeweiligen Markt sein sollte.

## 4.5 Der optimale Zoll

Als letztes Beispiel wollen wir schließlich noch den optimalen Zoll bestimmen. Um die Notation einigermaßen übersichtlich zu halten, werden wir jetzt die Vektorschreibweise verwenden und uns an die Konvention halten, das Inland betreffende Variablen durch kleine und das Ausland betreffende Variablen durch große Buchstaben zu kennzeichnen. Schreiben wir also  $c(p)$ ,  $x(p)$  und  $k(x)$  mit  $c = (c_1, \dots, c_n)$ ,  $p = (p_1, \dots, p_n)$  usw. für den aggregierten Konsum, das aggregierte Angebot bzw. die aggregierte Kostenfunktion des Inlands und entsprechend  $C(P)$  und  $X(P)$  für die jeweiligen Aggregate des Auslands, so geht es jetzt darum, den Vektor der Zölle (oder Exportsubventionen),  $t = (t_1, \dots, t_n)$ , so zu bestimmen, daß die heimische Wohlfahrt

$$(18) \quad w(t) = A - \sum_i e^i(p, u^{i*}) + px(p) - k(x(p)) + t(c(p) - x(p)),$$

also die Summe aus Konsumentenrente, Produzentenrente und Zolleinnahmen maximiert wird. Dabei ist allerdings zu beachten, daß die inländischen Preise  $p$  durch Zölle verzerrt sind, der Handel zu Weltmarktpreisen  $P$  ausgeglichen zu sein hat und die Weltmärkte geräumt sein müssen, also stets

$$(19) \quad p = P + t,$$

$$(20) \quad P(C(P) - X(P)) = 0$$

und

$$(21) \quad c(p) + C(P) = x(p) + X(P),$$

gelten muß<sup>8</sup>. Mit der Lagrangefunktion

$$\begin{aligned} L(t) &= A - \sum e^i(p, u^{i*}) + p \cdot x - k(x) + t \cdot (c - x) + \lambda P \cdot (C - X) \\ &= A - \sum e^i(P + t, u^{i*}) + (P + t) \cdot (c + C - X) \\ &\quad - k(c + C - X) + (\lambda P - t) \cdot (C - X) \\ (22) \quad &= A - \sum e^i(P + t, u^{i*}) + (P + t) \cdot c - k(c + C - X) \\ &\quad + (\lambda + 1)P \cdot (C - X), \end{aligned}$$

in der die Gleichungen (19) und (21) zum Zuge kamen, erhält man dann die Bedingungen erster Ordnung<sup>9</sup>

$$\begin{aligned} L_t(t^*) &= - \sum e_p^i(P_t + I) + (P_t + I)c + (P + t^*)c_p(P_t + I) \\ &\quad - k_x \left( c_p(P_t + I) + (C_P - X_P)P_t \right) \\ &\quad + (\lambda + 1) \left( P_t(C - X) + P(C_P - X_P)P_t \right) \\ (23) \quad &= (P + t^*)(X_P - C_P)P_t = 0. \end{aligned}$$

Dabei sind der Reihe nach  $\sum e_p^i = h = c$  (vgl. (4)),  $p = P + t^* = k_x$  (Grenzkostenpreisbildung in Verbindung mit (18)) und der Umstand berücksichtigt worden, daß die Ableitungen von (21) nach  $t$  verschwinden müssen, also

$$(24) \quad P_t(C - X) + P(C_P - X_P)P_t = 0$$

gilt.

Angesichts (24) läßt sich demnach die optimale Zollpolitik statt durch (23) alternativ durch

$$(25) \quad t^*(X_P - C_P)P_t = P_t(X - C)$$

charakterisieren. Ähnlich wie die allgemeine Ramsey-Regel ist auch dieses allgemeine Ergebnis für eine optimale Zollpolitik nicht gerade anschaulich. Beschränkt man sich aber – wie in der Lehrbuchliteratur üblich<sup>10</sup> – auf den Zwei-Güter-Fall, nimmt man an, daß lediglich das erste Gut mit Zoll belegt wird ( $t^* = (t_1^*, 0)$ ), und behandelt

<sup>8</sup>Natürlich wird hier auch weiterhin vorausgesetzt, daß die Preise im Inland den Grenzkosten entsprechen.

<sup>9</sup>Im Folgenden stehen Fußindices für erste Ableitungen, also z.B.  $L_t = (\partial L / \partial t_1, \dots, \partial L / \partial t_n)$ .

<sup>10</sup>Vgl. z.B. Dixit und Norman (1980), pp. 150 ff.

man das zweite Gut als numéraire ( $P_t = (\partial P_1 / \partial t_1, 0)$ ), so kollabiert (25) zu  $t_1^* \partial(X_1 - C_1) / \partial P_1 = X_1 - C_1$ , was sich in Elastizitätenschreibweise sofort zu der bekannten Formel

$$\frac{t_1^*}{P_1} = \frac{1}{\epsilon_{X_1 - C_1, P_1}}$$

umformen läßt. Darin ist natürlich  $\epsilon_{X_1 - C_1, P_1}$  die Preiselastizität des ausländischen (Netto-)Angebots für das mit Zoll belegte Gut 1.

## 5 Abschließende Bemerkung

Sollen effiziente Preisregeln einfach hergeleitet werden, so geschieht dies meistens unter Verwendung der Dupuitschen Konsumentenrente, obwohl die theoretischen Schwächen dieses Konzepts bekannt sind und mit den Hicksschen Variationsmaßen sauber definierte Alternativen zur Verfügung stehen. Mit dem hier vorgestellten Konzept der aggregierten Hicksschen Konsumentenrente und dem entsprechenden Wohlfahrtsmaß ist der Hickssche Ansatz geradlinig verallgemeinert worden. Dieses Instrument ermöglicht eine relativ einfache Beweistechnik, mit der die bekannten Resultate der Wohlfahrtsökonomie, der Finanzwissenschaft und der Außenwirtschaftstheorie zur effizienten Preissetzung und Steuer- oder Zollpolitik partialanalytisch sauber hergeleitet werden können.

## Literatur

- Dixit, Avinash, and Victor Norman (1980) *Theory of International Trade*, Welwyn.
- Dupuit, Jules (1844) De la mesure de l'utilité des travaux publics, *Annales des Ponts et Chaussées* **8**.
- Hicks, John R. (1941) The Rehabilitation of Consumer's Surplus, *Review of Economic Studies* **8**, 108–116.
- Hicks, John R. (1956) *A Revision of Demand Theory*, London.
- Hotelling, Harold (1938) The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates, *Econometrica* **6**, 242–269.
- Sandmo, Agnar (1987) A Reinterpretation of Elasticity Formulae in Optimum Tax Theory, *Economica* **54**, 89–96.
- Sanger, Charles P. (1895) Recent Contributions to Mathematical Economics, *Economic Journal* **5**, 113–128.

Willig, Robert D. (1976) Consumer's Surplus Without Apology, *American Economic Review* **66**, 589–597.